

Экономический журнал ВШЭ. 2018. Т. 22. № 3. С. 362–386.
HSE Economic Journal, 2018, vol. 22, no 3, pp. 362–386.

Модель реального сектора российской экономики с несколькими продуктами и агентами-торговцами¹

Васильев С.Б., Станкевич И.П., Ужегов А.А.

В статье предлагается модель реального сектора российской экономики, основанная на многопродуктовой декомпозиции макроэкономической статистики, дающая возможность, в отличие от большинства стандартных макроэкономических моделей, одновременно и с высокой точностью воспроизводить статистику в текущих и постоянных ценах.

Модельная экономика состоит из набора агентов-торговцев, отвечающих за разложение ВВП и его компонент на ненаблюдаемые продукты, агента-производителя и агента-потребителя. Торговцы описываются при помощи набора CES-функций, аналитическое решение задачи торговца позволяет получить соотношения, используемые для декомпозиции ВВП.

Производитель отличается специфической производственной функцией, учитывающей два вида инвестиций – в поддержание и в наращивание основных фондов, а также оригинальной схемой описания динамики спроса на труд. Помимо этого, в модели производителя описывается формирование запасов, что обычно не делается в стандартных макроэкономических моделях.

Задача агрегированного потребителя позволяет воспроизводить траектории для потребления, занятости и депозитов как примера финансового инструмента, доступного потребителю. Благодаря специальной функции

¹ Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-11-00432).

Васильев Сергей Борисович – магистр прикладной математики и информатики, м.н.с. отдела теоретической физики Физического института имени П.Н. Лебедева РАН, инженер отдела математического моделирования экономических систем ФИЦ ИУ РАН, лаборант НУЛ макроструктурного моделирования экономики России Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». E-mail: sbvasilyev@gmail.com

Станкевич Иван Павлович – магистр экономики, старший преподаватель Департамента прикладной экономики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», стажер-исследователь НУЛ макроструктурного моделирования экономики России НИУ ВШЭ, м.н.с. отдела теоретической физики ФИАН им. П.Н. Лебедева РАН. E-mail: vpvstankevich@yandex.ru

Ужегов Алексей Александрович – магистр экономики, аспирант аспирантской школы по экономике Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», ассистент Департамента прикладной экономики НИУ ВШЭ, стажер-исследователь НУЛ макроструктурного моделирования экономики России НИУ ВШЭ. E-mail: ujevov@gmail.com

Статья поступила: 24.07.2018/Статья принята: 20.09.2018.

полезности удается получить оптимальную траекторию для занятости, что является преимуществом перед другими макроэкономическими моделями с потребителем. Учет численности экономически активного населения наряду с численностью занятых и модификация калибровочного функционала позволяют с достаточно высокой точностью описать поведение потребителя, в том числе и в кризисные периоды.

Модель решается аналитически и калибруется на реальных данных без линеаризации полученных соотношений.

Ключевые слова: экономика России; элементы ВВП по использованию; декомпозиция; производство; потребление; инвестиции.

DOI: 10.17323/1813-8691-2018-22-3-362-386

1. Введение

В работе представлена многопродуктовая модель реального сектора российской экономики. Разработка такого рода модели решает несколько задач. С одной стороны, на уровне описания модели есть потребность в разработке инструментов, позволяющих в рамках классических конструкций описывать особенности экономики России. Для этого в предложенной модели вводится производственная функция специфического вида, с разделением инвестиций на инвестиции в поддержание основных фондов и инвестиции в наращивание основных фондов, вводятся расходы на поиск персонала, учитывается многопродуктовая структура экономики при помощи введения набора агентов-торговцев. Являясь идейным продолжением использующихся в литературе приемов (вместо использования показателя загрузки мощностей, как в ряде DSGE-моделей, мы рассчитываем загрузку на основе отдельного вида инвестиций; расходы на поиск и подбор персонала достаточно часто используются в макроэкономике, агрегирование промежуточных продуктов в финальные при помощи CES-функций широко распространено в DSGE-моделях), комбинация этих подходов позволяет получить очень точное описание структуры российской экономики. С другой стороны, на более прикладном уровне присутствует потребность в средствах, позволяющих получать более качественные прогнозы развития экономики и более точно анализировать эффекты проводимой политики. Построение прогнозов и анализ политики не являются основным фокусом данной работы, однако описанные здесь подходы можно использовать в дальнейшем для этих целей: и более точное описание поведения агрегированного потребителя и производителя, и учет многопродуктовости (и, следовательно, различий в дефляторах компонент ВВП) позволяют повысить точность прогнозов и качество анализа эффектов политики.

Учет многопродуктовой структуры экономики является очень важной, хотя и зачастую игнорируемой задачей. Особенную значимость он приобретает при описании реального сектора экономики. Это утверждение может быть мотивировано следующими соображениями: при рассмотрении любой модели реального сектора экономики с неизбежностью возникает необходимость как-то описывать и учитывать основной макроэкономический баланс (разложение ВВП по использованию), как в постоянных, так и в текущих ценах, т.е. должны быть одновременно выполнены следующие соотношения:

$$Y(t) = C(t) + J(t) + G(t) + E(t) - Im(t),$$

$$p_Y(t)Y(t) = p_C(t)C(t) + p_J(t)J(t) + p_G(t)G(t) + p_E(t)E(t) - p_{Im}(t)Im(t),$$

где $Y(t)$ – объем ВВП в постоянных ценах; $C(t)$ – объем потребления; $J(t)$ – объем инвестиций (валового накопления); $G(t)$ – государственное потребление; $E(t)$ – экспорт; $Im(t)$ – импорт; $p(t)$ с нижним индексом – соответствующие дефляторы.

Учитывая тот факт, что дефляторы разных компонент ВВП имеют принципиально разную природу и разную динамику, точность однопродуктовых моделей экономики естественным образом оказывается ограниченной различиями в дефляторах разных компонент ВВП. Даже при идеально точном, к примеру, воспроизведении ВВП в текущих и постоянных ценах (и, соответственно, правильного воспроизведения дефлятора ВВП) столь же высокая точность воспроизведения компонент ВВП возможна только либо для рядов в постоянных ценах, либо для рядов в текущих ценах, второй ряд будет воспроизводиться с ошибками, соответствующими расхождениям в дефляторах ВВП и компонент. Явный же учет многопродуктовости в модели позволит использовать различные дефляторы для разных компонент ВВП и тем самым снимет это ограничение на точность модели.

В целом, стандартный подход при построении макроэкономических моделей (см., например: [Christiano et al., 2011; Smets, Wouters, 2007]) – это игнорирование многопродуктовой структуры экономики. Это не является большой проблемой при рассмотрении только показателей в постоянных ценах (что обычно и делается), однако, как уже упоминалось выше, может привести к значительному снижению точности при одновременном рассмотрении показателей в постоянных и текущих ценах.

В рамках DSGE (динамические стохастические модели общего равновесия) моделирования в последнее время заметен рост интереса к многопродуктовым моделям, однако обычно они появляются в контексте моделей, описывающих вход и выход фирм с рынка. Этот подход, в значительной степени начатый в исследовании [Chatterjee, Cooper, 1993], был продолжен, к примеру, в работах [Bilbiie et al., 2012; Hamano, Zanetti, 2017; Minniti, Turino, 2013]. В таких моделях, как правило, рассматривается множество производителей, действующих в рамках бесконечного, либо конечного, но очень большого, набора производимых в экономике продуктов.

Стандартным приемом здесь является использование CES-функций (Constant Elasticity of Substitution, функции с постоянной эластичностью замещения) для агрегирования отдельных продуктов. CES-функции – функции вида $X = \sum_{i=1}^N (X_i^p)^{1/p}$, широко исполь-

зуемые в экономике начиная с работы [Dixit, Stiglitz, 1977], обладают целым рядом полезных свойств и содержат как частные случаи ряд других популярных функций (функцию Кобба – Дугласа, функцию Леонтьева, линейную функцию). Их использование позволяет сохранить высокую общность описания и при этом получить аналитическое решение задачи.

Параметры этих функций для разных фирм и для разных продуктов и их групп, как правило, принимаются равными. Это позволяет значительно упростить работу с моделью и перейти к единым ценам на разные продукты и группы продуктов, однако пере-

ход к единым ценам приводит к уже обозначенным выше проблемам с низкой точностью одновременного описания переменных в текущих и в постоянных ценах.

Для решения означенной проблемы мы используем многопродуктовую модельную декомпозицию, аналогичную описанной в работе [Пильник и др., 2018]. Задачу декомпозиции мы будем воспринимать как задачу специальных агентов-торговцев, цель которых – максимизация финального продукта (одной из компонент ВВП или самого ВВП), получаемого как CES-свертка из промежуточных продуктов, при условии фиксированных расходов на эти промежуточные продукты. Такая постановка позволяет, с одной стороны, получить разумные результаты для разложения статистики на отдельные продукты, с другой стороны – сохраняет интерпретируемость результатов и самой задачи. Помимо этого, мы получаем возможность описывать основных агентов модели (здесь – производителя и потребителя) в принципиально однопродуктовой манере, а всю множественность продуктов описывать в терминах торговцев, что дает возможность сохранить простоту описания, присущую однопродуктовым моделям, в сочетании с большей точностью многопродуктовых моделей.

Агрегированный потребитель максимизирует специальную функцию полезности, зависящую от потребления и занятости. Как правило, труд в моделях подобного рода (например, стандартная модель Рамсея – Касса – Купманса) является экзогенным, и по причине особенности постановки задачи его оптимальную траекторию воспроизвести не представляется возможным. В данной работе занятость является эндогенной переменной модели, что, по мнению авторов, является более осмысленной конструкцией при моделировании потребительского поведения. Потребителю доступны депозиты в качестве финансового инструмента, что отражается в финансовом балансе. Одной из распространенных форм функции полезности в макроэкономических моделях является CRRA (constant relative risk aversion) функция. Довольно часто она встречается в DSGE-моделях [An, Schorfheide, 2007]. Обычно потребление входит в такую функцию в стандартной CRRA-форме, в то время когда занятость включается аддитивно и ее форма может варьироваться от линейной до, например, CRRA [Etro, Rossi, 2015; Guo, Krause, 2017]. В данной работе функция полезности является аддитивной и включает потребление и занятость в форме CRRA-функций.

Помимо этого, в отличие от большинства стандартных макроэкономических моделей, мы не линеаризуем модельные соотношения, а калибруем их на данных «как есть», численно решая сложные нелинейные оптимизационные задачи, в духе работ [Пильник, Радионов, 2017; Andreev et al., 2013; 2014].

2. Потребитель

2.1. Задача агрегированного потребителя

Агрегированный потребитель максимизирует полезность потребления в непрерывном времени на временном отрезке $[0, T]$

$$(1) \quad \int_0^T u(C(t), R(t)) \exp\{-\delta t\} dt \rightarrow \max_{C(t), R(t), S(t)},$$

выбирая траектории потребления $C(t)$, занятости $R(t)$, динамики наличных денег $M(t)$, депозитных вкладов $S(t) \geq 0$, в рамках финансового баланса

$$(2) \quad \frac{d}{dt}M(t) = \omega(t)R(t) - p(t)C(t) + r_s S(t) - \frac{d}{dt}S(t) - OC(t),$$

где $OC(t)$ – прочие расходы, при ограничении

$$(3) \quad M(t) \geq 0,$$

и известных на отрезке $[0, T]$ переменных: $R^*(t)$ – численность экономически активного населения $R^*(t) \geq R(t)$, оплата труда $\omega(t)$, дефлятор потребления $p(t)$, процентная ставка по депозитам $r_s(t)$, и прочие денежные остатки $OC(t)$ являются экзогенно заданными. Функцией полезности агрегированного потребителя является

$$(4) \quad u(C(t), R(t)) = \frac{1}{1-\beta} \left(\frac{C(t)}{C^*(t)} \right)^{1-\beta} - \frac{1}{1-\alpha} \left(\frac{R(t)}{R^*(t)} \right)^{1-\alpha},$$

где $C^*(t) = \frac{\omega(t)R^*(t)}{p(t)}$, при значениях параметров $\alpha < 0$, $\beta > 0$.

Такой вид функции полезности обусловлен тем, что статистические ряды для потребления и занятости не являются стационарными и характеризуются различными темпами роста. По этой причине необходимо их нормировать. Переменными для нормирования выступают $C^*(t)$ и $R^*(t)$. Важно отметить, что для нормировки необходимо подобрать переменные той же размерности, что и нормируемые переменные. В качестве переменной нормировки для занятости выступает численность экономически активного населения, а для потребления некоторая – более сложная конструкция, зависящая от дефлятора потребления, уровня заработной платы и численности экономически активного населения. Такая конструкция экономически осмыслена, так как представляет собой уравнение, предполагающее равенство доходов и расходов. Это равенство также подтверждается в статистике устойчивым соотношением.

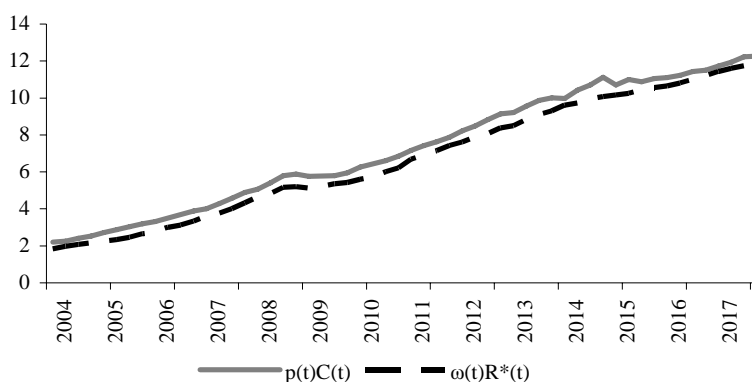


Рис. 1. Номинальное потребление и фонд заработной платы, трлн руб.

2.2. Решение задачи агрегированного потребителя

Траектории величин $C(t), R(t), S(t), M(t)$ будут оптимальными в случае, если они максимизируют функционал Лагранжа

$$(5) \quad \int_0^T \{u(C(t), R(t)) \exp(-\delta t) + \\ + \xi(t) \left[\omega(t)R(t) - p(t)C(t) + r_s(t)S(t) - \frac{d}{dt}S(t) - \frac{d}{dt}M(t) - OC(t) \right] - \\ - \varphi(t)M(t)\} dt + \Phi(S(T) - \gamma S(0))$$

при некотором наборе двойственных переменных $\xi(t), \varphi(t)$ и при условиях дополняющей нежесткости:

$$[a][b] \text{ обозначает } \begin{cases} ab = 0 \\ a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases},$$

$$(6) \quad [\varphi(t)][M(t)].$$

Выражение (5) достигает максимума по $C(t), R(t), S(t), M(t)$ тогда и только тогда, когда почти всюду на отрезке $[0, T]$ обращаются в ноль производные по $C(t), R(t), S(t), M(t)$ подынтегрального выражения:

$$(7) \quad D(u)(C(t), R(t)) \exp(-\delta t) - \xi(t)p(t) = 0,$$

$$(8) \quad D(u)(C(t), R(t)) \exp(-\delta t) + \xi(t)\omega(t) = 0,$$

$$(9) \quad \frac{d}{dt}\xi(t) - \varphi(t) = 0,$$

$$(10) \quad \xi(t)r_S(t) + \frac{d}{dt}\xi(t) = 0.$$

Разрешая систему уравнений производных (7)–(10), можно вывести уравнения траекторий для $C(t), R(t), S(t)$. Отдельно следует заметить, что из (10) следует

$$(11) \quad r_S(t) = -\frac{\frac{d}{dt}\xi(t)}{\xi(t)}.$$

Откуда получим траекторию для $\xi(t)$:

$$(12) \quad \xi(t) = \xi(0) \exp\left\{-\int_0^t r_S(u) du\right\}.$$

Траектория для потребления:

$$(13) \quad C(t) = C(0) \left[\left(\frac{p(t)}{p(0)}\right)^{1+\beta} \left(\frac{\omega(t)}{\omega(0)}\right)^{-\beta} \left(\frac{R^*(t)}{R^*(0)}\right)^{-\beta} \exp\left\{-\int_0^t r_S(u) du\right\} \exp\{\delta t\} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

при

$$(14) \quad C(0) = \left[\xi(0) p(0)^{1+\beta} \omega(0)^{-\beta} R^*(0)^{-\beta} \right]^{\frac{1}{\beta}}.$$

Траектория для занятости:

$$(15) \quad R(t) = R(0) \left[\frac{\omega(t)}{\omega(0)} \left(\frac{R^*(t)}{R^*(0)}\right)^{-\alpha} \exp\left\{-\int_0^t r_S(u) du\right\} \exp\{\delta t\} \right]^{\frac{1}{\beta}}$$

при

$$(16) \quad R(0) = \left[\xi(0) \omega(0) R(0)^{-\alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Прологарифмировав, а затем продифференцировав (13) и (15), можно получить уравнения в темпах для потребления и занятости:

$$(17) \quad g_{C_t} = \frac{1}{\beta} r_{S_t} + g_{\omega_t} - \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) g_{p_t} + g_{R_t^*} - \frac{1}{\beta} \delta,$$

$$(18) \quad g_{R_t} = \frac{1}{\alpha} (r_{S_t} - g_{\omega_t} - \delta) + g_{R_t^*},$$

где $g_{X_t} = \frac{X'(t)}{X(t)} \approx \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}}$.

Из (17) и (18) легко получить выражения в дискретной форме для потребления и занятости:

$$(19) \quad C_t = C_{t-1} \left[1 + \frac{1}{\beta} r_{S_t} + g_{\omega_t} - \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) g_{p_t} + g_{R_t^*} - \frac{1}{\beta} \delta \right],$$

$$(20) \quad R_t = R_{t-1} \left[1 + \frac{1}{\alpha} (r_{S_t} - g_{\omega_t} - \delta) + g_{R_t^*} \right].$$

Определим траекторию из (2) для депозитов $S(t)$:

$$(21) \quad S(t) = r_{S_t} S_{t-1} + S_{t-1} + \omega_t R_t - p_t C_t - OC_t.$$

2.3. Калибровка модели агрегированного потребителя

Модель определяет оптимальные траектории для потребления C_t (19), занятости R_t (20) и депозитов S_t (21) при известных экзогенных переменных: дефляторе потребления p_t , ставке заработной платы ω_t и процентной ставке по депозитам r_{S_t} . Ввиду дискретности данных и изначальной постановки задачи в непрерывном времени был необходим переход к дискретной форме уравнений.

Процедура калибровки представляет собой минимизацию сумм квадратов остатков отклонений от истинного значения, взвешенных на квадрат значения рассматриваемой переменной в последний момент времени:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{t=1}^T \frac{(X_i(t) - \hat{X}_i(t))^2}{X_i(T)^2} \rightarrow \min_{X_i(t)}$$

где $X_i(t) = \{C(t), R(t), S(t)\}$ – истинные значения переменных, а $\hat{X}_i(t) = \{\hat{C}(t), \hat{R}(t), \hat{S}(t)\}$ – модельная оценка переменных. Данные квартальные за период с 2004 г. по 2017 г., подготовлены авторами на основе статистики, публикуемой Росстатом и Банком России. 2004 год обусловлен отсутствием статистики по депозитам за ранний период.

Функционал для занятости имеет вид $\min \{R_t^* (1 - u_0); \hat{R}_t\}$, где u_0 – калибровочный параметр, интерпретируемый как доля незанятых среди экономически активного населения.

С 2012 г. наблюдается стабилизация уровня безработицы вокруг значений 5–5,5%. Таким образом, существует как минимум два режима – до 2012 г. падение до некоторого естественного значения уровня безработицы и с 2012 г. колебание вокруг этого значения, α , β , δ , u_0 – калибровочные параметры.

Результаты модели представлены на рис. 2–6.

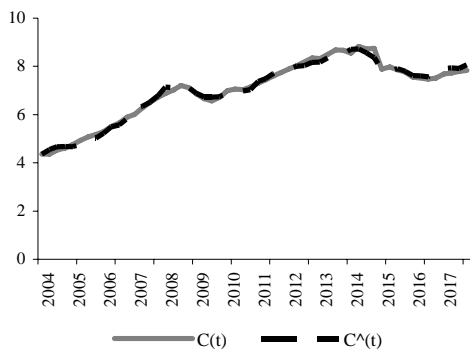


Рис. 2. Потребление. Статистика $C(t)$ и модельная оценка $C^{\wedge}(t)$, трлн руб.

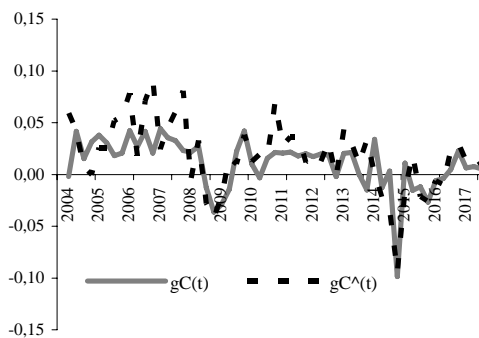


Рис. 3. Темп прироста потребления. Статистика g_C и модельная оценка g^{\wedge}_C

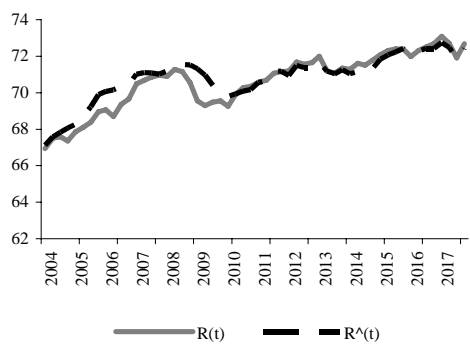


Рис. 4. Занятость. Статистика $R(t)$ и модельная оценка $R^{\wedge}(t)$, млн человек

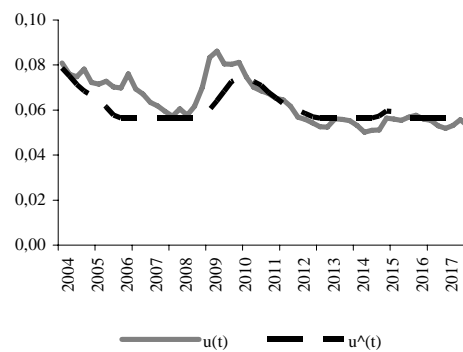


Рис. 5. Уровень безработицы. Статистика $u(t)$ и модельная оценка $u^{\wedge}(t)$

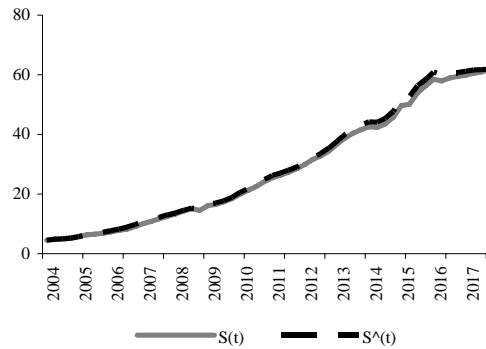


Рис. 6. Депозиты. Статистика $S(t)$ и модельная оценка $S^{(t)}$, трлн руб.

Модельные калибровочные параметры и их значения: $\alpha = -35,1885$; $\beta = 11,60542$; $\delta = 0,00683$; $u_0 = 0,056427$.

Таблица 1.

Критерии точности модельных результатов

Критерий точности	$\hat{C}(t)$	$\hat{R}(t)$	$\hat{S}(t)$
MAPE	1,694	0,573	3,122
$\frac{RMSE}{\text{ср.знач.}}$	0,02	0,008	0,039
$\frac{RSS}{\text{ср.знач.}^2}$	0,022	0,003	0,086

3. Производитель

В описании производителя есть несколько особенностей, отличающих его от общепринятых в литературе моделей. Во-первых, мы разделяем инвестиции на две части: инвестиции в поддержание основных фондов и инвестиции в наращивание основных фондов. Такой подход позволяет более эффективно объяснить колебания выпуска, при этом позволяет сохранить интерпретируемость полученных соотношений, воспринимая эти инвестиции как операционные издержки и капитальные издержки соответственно. Во-вторых, производственная функция зависит от объема использованных основных фондов, скорректированного в зависимости от уровня инвестиций в поддержание основных фондов. В-третьих, использована оригинальная схема описания использования производителем труда, в определенном смысле позволяющая интерпретировать его как человеческий капитал.

3.1. Постановка задачи

Формирование капитала производителем описывается уравнением

$$(22) \quad \frac{d}{dt}M(t) = Jm(t) - \delta_{am}M(t),$$

где $M(t)$ – основные фонды; $Jm(t)$ – инвестиции в наращивание основных фондов; δ_{am} – коэффициент амортизации. Заметим, что это соотношение позволяет восстановить ряд $Jm(t)$ на основе статистики по уровню основных фондов и амортизации (такая статистика доступна, предоставляется федеральной службой государственной статистики). Использование соотношения на инвестиции $J(t) = Ju(t) + Jm(t)$, где $J(t)$ – общий уровень инвестиций (валового накопления основного капитала), позволяет восстановить и ряд инвестиций в поддержание основных фондов $Ju(t)$. При этом цены инвестиций обоих видов определяются ценой инвестиций как таковых, однако отличаются на константу, таким образом, расходы на инвестиции $Ju(t)$ можно записать как $p_j(t)Ju(t)u_j$, а на инвестиции $Jm(t)$ – как $p_j(t)Jm(t)m_j$.

Формирование труда описывается сходным с описанием основных фондов образом:

$$(23) \quad \frac{d}{dt}R(t) = fR(t) - \delta_{ar}R(t),$$

где $R(t)$ – затраты труда (численность занятых); $fR(t) \geq 0$ – наем новых работников; δ_{ar} – норма выбытия работников (смена места работы, выход на пенсию, выход из состава рабочей силы по другим причинам).

При этом производитель как работодатель платит как фиксированную зарплату на единицу труда $w_w(t)$, тем самым затрачивая $w_w(t)R(t)$ на текущий уровень труда, так и несет расходы на поиск нового персонала или увольнение старого (в зависимости от знака) $w_d(t)$, за счет чего его общие расходы на рабочую силу изменяются еще на $w_d(t)fR(t)$.

Одним из самых важных элементов разработки модели является выбор формы производственной функции. Популярным подходом является линейная производственная функция. Процедура ее калибровки достаточно проста и осуществляется стандартными эконометрическими средствами, при этом при использовании вместо основного капитала инвестиций в основной капитал она демонстрирует достаточно высокую точность на российских данных. Проблема в том, что при использовании такой функции за пределами эконометрических соотношений, в задаче производителя, инвестиции не будут фигурировать в условиях первого порядка производителя и восстановить в рамках модели их объемы в таком случае будет невозможно. Другим популярным подходом является использование функции Кобба – Дугласа, популярной, к примеру, в DSGE-моделях. С точки зрения оценки моделей на российских данных использование капитала в такой

производственной функции приводит к неудовлетворительной точности модели, а использование инвестиций выглядит странно с теоретической точки зрения. В качестве возможного решения проблемы можно разделить долгосрочный процесс изменения капитала и краткосрочный процесс изменения загрузки этого капитала. Такой прием позволяет получить достаточно высокую точность модели, при этом без ограничений линейной производственной функции и с явным использованием в модели капитала.

Предлагаемая нами производственная функция имеет общий вид

$$Y(t) = Ae^{\delta t} (u(t)M(t))^{\alpha} R(t)^{1-\alpha},$$

где $u(t)$ – уровень загрузки мощностей, $u(t) = \left(\frac{Ju(t)}{M(t)} + u0 \right)^b$. Загрузка единицы мощно-

сти требует затрат инвестиций, при этом есть некий уровень мощностей $u0$, способных работать без дополнительных затрат. Нелинейность добавляется при помощи коэффициента $b < 1$, показывающего снижение эффективности инвестиций по мере их роста (сначала осуществляются инвестиции в самые производительные мощности, затем – во все менее и менее производительные). Объединение этих двух соображений позволяет получить производственную функцию, описанную ниже.

Производитель производит единый продукт, выпуск которого описывается производственной функцией

$$(24) \quad Y(t) = Ae^{\gamma t} \left(\frac{Ju(t) + u0M(t)}{J0} \right)^{b\alpha} \left(\frac{M(t)}{M0} \right)^{\alpha(1-b)} \left(\frac{R(t)}{R0} \right)^{1-\alpha},$$

где $Y(t)$ – объем произведенного продукта; A, γ – константы, отвечающие за базовый уровень выпуска и темп технологического прогресса; $u0, J0, M0, R0, \alpha, b$ – константы.

Произведенный продукт продается в размере $Yp(t)$, а разница между произведенным и проданным продуктом формирует запасы $Z(t) \geq 0$ (при превышении продаж над производством запасы соответственно уменьшаются). Тогда динамика формирования запасов может быть описана следующим образом:

$$(25) \quad \frac{d}{dt} Z(t) = Y(t) - Yp(t).$$

С проданного объема продукта производитель уплачивает налог в размере $\tau_Y(t)$, тем самым выплачивая $\tau_Y(t)p_Y(t)Yp(t)$ налогов.

Производитель может брать кредиты общим объемом $L(t)$, который возрастает при взятии новых кредитов $K(t)$ и уменьшается при возврате кредитов в размере $\beta_L(t)L(t)$. Процентная ставка по кредиту $r_L(t)$, тем самым общие процентные платежи равны $r_L(t)L(t)$.

Обозначая остатки на расчетном счете производителя как $N(t)$, получаем финансовый баланс следующего вида:

$$(26) \quad \frac{d}{dt}N(t) = K(t) - \beta_L(t)L(t) - r_L(t)L(t) + (1 - \tau_Y(t))p_Y(t)Yp(t) - \\ - p_J(t)Jm(t)m_J - p_J(t)Ju(t)u_J - w_w(t)R(t) - w_d(t)fR(t) - Pr(t),$$

где $Pr(t)$ – прибыль фирмы.

Производитель максимизирует полезность дисконтированного объема выплаченных дивидендов в постоянных ценах

$$(27) \quad \int U \left(\frac{Pr(t)}{p_Y(t)} \right) e^{-\Delta t} \rightarrow \max,$$

где $U(\cdot)$ – CRRA-функция вида $U(x) = \frac{1}{1-\beta} x^{1-\beta}$.

При решении задачи должно быть также выполнено терминальное ограничение

$$aL(T)L(T) + aM(T)M(T) + aN(T)N(T) + aR(T)R(T) + aZ(T)Z(T) \leq \\ \leq (aL(t_0)L(t_0) + aM(t_0)M(t_0) + aN(t_0)N(t_0) + aR(t_0)R(t_0) + aZ(t_0)Z(t_0))\gamma.$$

3.2. Решение задачи производителя

Траектории величин $Pr(t), Z(t), Ju(t), Jm(t), R(t), M(t)$ будут оптимальными в случае, если они максимизируют функционал Лагранжа

$$(28) \quad \int_0^T \frac{d}{dt} \frac{1}{1-\beta} \left(\frac{Pr(t)}{p_Y(t)} \right)^{1-\beta} + \psi 1(t) \left(K(t) - \beta_L(t)L(t) - \frac{d}{dt}L(t) \right) + \\ + \phi 2(t)K(t) + \phi 3(t)(OC(t) - OC_o(t)) + \psi 4(t) \left(Jm(t) - \delta_{am}(t)M(t) - \frac{d}{dt}M(t) \right) + \\ + \phi 5(t)Jm(t) + \psi 6(t) \left(fR(t) - \delta_{ar}(t)R(t) - \frac{d}{dt}R(t) \right) + \phi 7(t)fR(t) + \\ + \psi 8(t) \left(Ae^{\gamma t} \left(\frac{Ju(t) - u_0M(t)}{J_0} \right)^{\alpha b} \left(\frac{M(t)}{M_0} \right)^{\alpha(1-b)} \left(\frac{R(t)}{R_0} \right)^{1-\alpha} - Y(t) - \frac{d}{dt}Z(t) \right) + \\ + \phi 9(t)Z(t) + \phi 10(t)Y(t) + \psi 11(t) \left(K(t) - \beta_L(t)L(t) - r_L(t)L(t) + \right. \\ \left. + (1 - \tau_Y(t))p_Y(t)Y(t) - p_J(t)Ju(t)u_J - p_J(t)Jm(t)m_J - w_w(t)R(t) - \right. \\ \left. - w_d(t)fR(t) + pS_s(t) - Pr(t) - \frac{d}{dt}N(t) + \phi 12(t)N(t) + \right. \\ \left. + \Phi 1(t) \left(aL(T)L(T) + aM(T)M(T) + aN(T)N(T) + aR(T)R(T) + aZ(T)Z(T) - \right. \right. \\ \left. \left. (aL(t_0)L(t_0) + aM(t_0)M(t_0) + aN(t_0)N(t_0) + aR(t_0)R(t_0) + aZ(t_0)Z(t_0))\gamma \right) \right).$$

Греческими буквами обозначены двойственные переменные к соответствующим ограничениям.

Решение этой задачи дает следующие соотношения.

Уравнение на прибыль:

$$(29) \quad \frac{d}{dt} \Pr(t) = -\frac{\Pr(t)\Delta}{\eta} + \frac{\Pr(t)\rho(t)}{\eta} - \frac{\Pr(t)\frac{d}{dt} p_y(t)}{p_y(t)\eta} + \frac{\Pr(t)\frac{d}{dt} p_y(t)}{p_y(t)}.$$

Условие на запасы:

$$(30) \quad \left[-\rho(t)p_y(t)\tau_y(t) + \left(\frac{d}{dt} p_y(t) \right) \tau_y(t) + p_y(t) \frac{d}{dt} \tau_y(t) + \rho(t)p_y(t) - \frac{d}{dt} p_y(t) \right] [Z(t)].$$

Условие оптимальности для инвестиций в поддержание основных фондов:

$$(31) \quad b\alpha = \frac{p_j(t)u_j(Ju(t) - uOM(t))}{p_y(t)(1 - \tau_y(t))Yp(t)}.$$

Условие оптимальности для основных фондов:

$$(32) \quad \frac{p_y(t)\alpha(Ju(t)b - uOM(t) - Ju(t))(\tau_y(t) - 1)Yp(t)}{m_j p_j(t)M(t)(Ju(t) - uOM(t))} = \\ = \rho(t) - \frac{\frac{d}{dt} p_j(t)}{p_j(t)} + \delta_{am}(t).$$

Условие оптимальности для объема труда:

$$(33) \quad \frac{p_y(t)(\alpha - 1)(\tau_y(t) - 1)Yp}{R(t)} = w_d(t)(\delta_{ar}(t) + \rho(t)) + w_w(t) - \frac{d}{dt} w_d(t).$$

3.3. Проверка модельных соотношений на данных

При проведении калибровки модели на данных использовались официальные данные Росстата по ВВП по использованию и по доходам, статистика основных фондов и амортизации и занятости, а также данные Центрального Банка, связанные с объемом кредитов, расчетных счетов и процентных ставок. Все ряды с сезонностью были сезонно скорректированы по методике, описанной в работе [Пильник и др., 2015].

Калибровка модели проводилась двумя частями: калибровка производственной функции и условий оптимальности на инвестиции и основные фонды (31) и (32) (они увязаны друг с другом) и отдельно – калибровка условия оптимальности для объема

труда (33) вместе с условием формирования труда (аналогичным условию на капитал) и условием на равенство суммарных расходов на рабочую силу сумме двух компонент (расходов на текущих работников и расходов на наем новых).

Результаты по производственной части модели представлены на рис. 7–10.

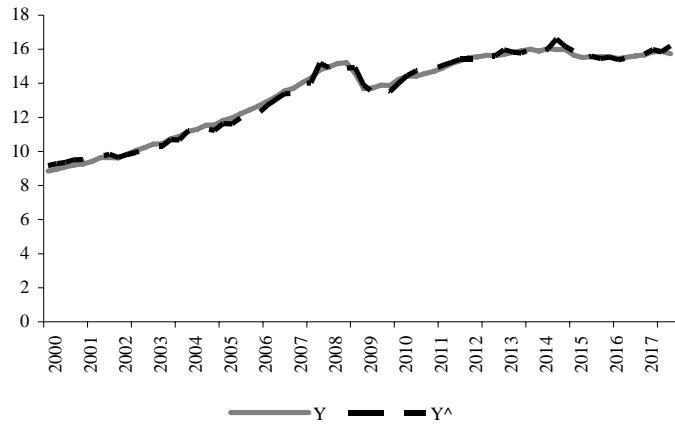


Рис. 7. Точность воспроизведения ВВП

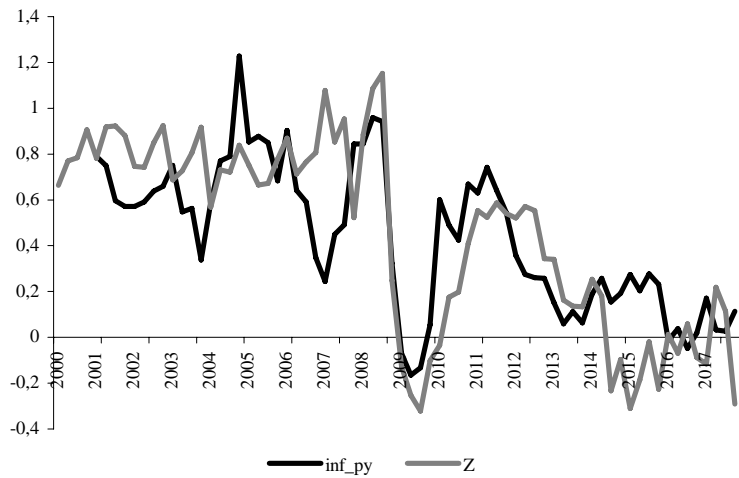


Рис. 8. Точность условия дополняющей жесткости (30)

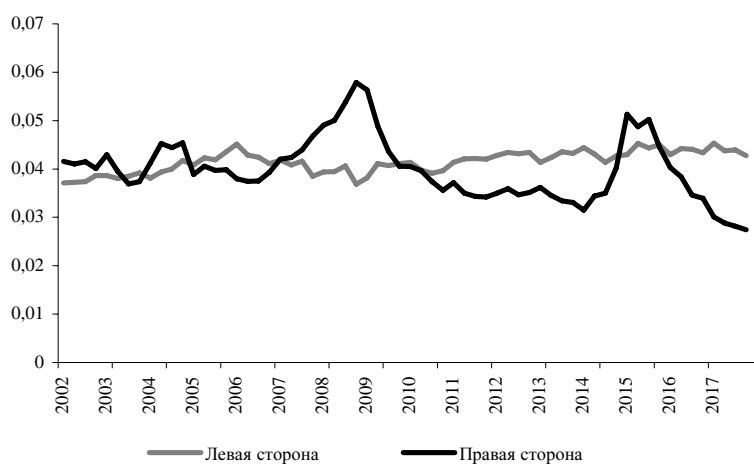


Рис. 9. Точность условия рациональности (32)

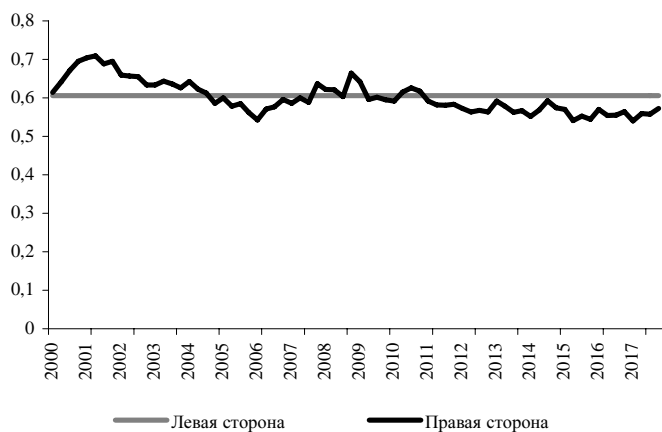


Рис. 10. Точность условия рациональности (31)

Как видим, точность воспроизведения ВВП очень высока, условия рациональности также выполняются достаточно точно: константы примерно совпадают в условии (31), два ряда достаточно точно повторяют друг друга для условия (32).

В силу большого числа неизвестных (в процессе калибровки полностью подбираются траектории трех переменных) часть модели с условиями на труд позволяет идеально точно воспроизвести все модельные соотношения, поэтому большого интереса графики точности не представляют. Однако может быть полезно посмотреть на график найма новых работников $fR(t)$, а также на уровни расходов на оплату труда действующих работников $w_w(t)$ и расходов на поиск новых работников $w_d(t)$. Результаты приведены на рис. 11–12.



Рис. 11. Наем новых работников

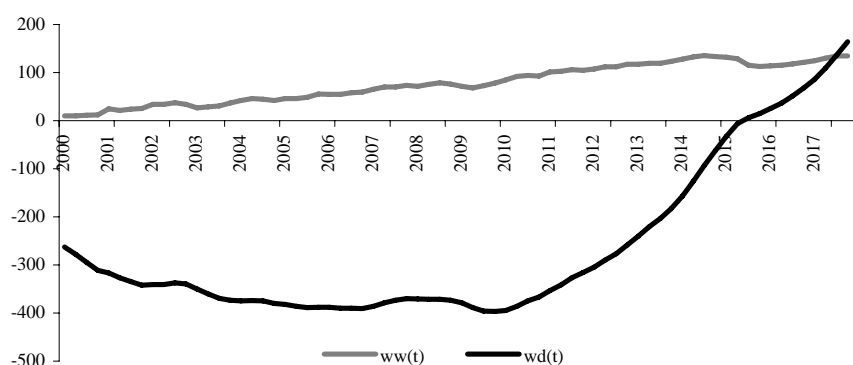


Рис. 12. Расходы на оплату труда действующих работников и расходы на наем новых работников

Здесь можно увидеть ряд интересных эффектов. К примеру, провал найма новых работников практически до нуля в кризисный 2009 год. Другой, еще более интересный эффект – отрицательные расходы на наем новых работников, наблюдавшиеся вплоть до 2015 г. Возможно, причина этого переключения – в изменениях характера рынка труда и в наметившемся дефиците рабочей силы, особенно квалифицированной, в силу чего смена работника, которая раньше могла снизить общие издержки (новый работник мог быть нанят на меньшую ставку или на худших условиях), теперь ведет к росту издержек. Большие по абсолютной величине расходы на наем нового персонала (отрицательные до 2015 г.) могут быть связаны с низкой гибкостью российского рынка труда, когда люди, имеющие работу, не готовы увольняться даже при условии ухудшения условий работы на данном месте. В этом смысле тенденция, наметившаяся в окрестности кризисного 2009 г., может говорить о структурных изменениях на российском рынке труда.

4. Блок торговцев товарами

Постановка задачи для проведения модельной декомпозиции соответствует описанному в работе [Пильник и др., 2018], однако помимо компонент ВВП (потребления, валового накопления, государственного потребления, экспорта и импорта) в задачу включается также сам ВВП. Тем самым мы проводим декомпозицию не только компонент ВВП, но и самого ВВП. При этом задача, описанная ниже, воспринимается нами как задача агента-торговца, который максимизирует CES-свертку при условии выполнения указанного ниже ограничения на бюджет. Каждой компоненте ВВП и самому ВВП соответствуют отдельные торговцы, действующие в условиях нулевой прибыли.

В остальном описание стандартно. Будем считать, что для каждого элемента использования ВВП $X \in \{C, G, J, E, I\}$ в каждый момент времени справедливо представление, соответствующее технологическому ограничению агента на сворачивание отдельных промежуточных продуктов в итоговый продукт:

$$(34) \quad X_t = X_0 \left[\alpha \left(\frac{X_t^A}{X_0^A} \right)^\rho + (1 - \alpha) \left(\frac{X_t^B}{X_0^B} \right)^\rho \right]^{\frac{1}{\rho}},$$

где α, ρ – стандартные коэффициенты CES-функции; X_t^A, X_t^B – модельные компоненты (далее мы их будем называть товар А и товар В, хотя эта терминология не лучшим образом отражает суть этих переменных), смесь которых и дает рассматриваемый элемент использования ВВП; X_0^A, X_0^B, X_0 – значения соответствующих переменных в момент времени, который считается базовым. Следует отметить, что три последних коэффициента используются в функциях такого рода довольно редко. Тем не менее для нас их наличие принципиально. Во-первых, именно они позволяют далее корректно решать проблему смены базового года, что сводится просто к пересчету этих коэффициентов, но не затронет, например, коэффициенты α, ρ и все модельные переменные. Во-вторых, наличие в формуле X_0^A, X_0^B, X_0 решает проблему размерности. В данной постановке в степень ρ возводятся не денежные единицы, а безразмерные величины. Более того, мы нигде далее не будем напрямую складывать модельные переменные X_t^A, X_t^B .

Будем считать, что соответствующий переменной $X \in \{C, G, J, E, I\}$ макроэкономический агент (соответственно потребитель, государство, производитель, экспортер, импортер) решает задачу оптимального использования доступных ему модельных продуктов, максимизируя (34) по переменным X_t^A, X_t^B в рамках заданного ограничения

$$(35) \quad p_t^X X_t = p_t^A X_t^A + p_t^B X_t^B,$$

где p_t^X – дефлятор соответствующего элемента использования ВВП, а p_t^A, p_t^B – дефляторы модельных продуктов А и В.

Вводя для удобства переменную

$$(36) \quad \Omega_t^X \left[\frac{1 - \alpha \frac{p_t^A X_0^A}{p_t^B X_0^B}}{\alpha \frac{p_t^A X_0^A}{p_t^B X_0^B}} \right]^{\frac{1}{\rho-1}},$$

получаем следующее решение задачи декомпозиции:

$$(37) \quad X_t^A = X_0^A \frac{p_t^X X_t}{p_t^A X_0^A + p_t^B X_0^B \Omega_t^X}, \quad X_t^B = X_0^B \frac{p_t^X X_t \Omega_t^X}{p_t^A X_0^A + p_t^B X_0^B \Omega_t^X}$$

и связь между дефляторами:

$$(38) \quad p_t^X = p_0^X \left[\alpha \left(\frac{p_t^A}{p_0^A} \right)^{\frac{\rho}{\rho-1}} + (1 - \alpha) \left(\frac{p_t^B}{p_0^B} \right)^{\frac{\rho}{\rho-1}} \right]^{\frac{\rho-1}{\rho}}.$$

Калибровка полученной системы условий проводится путем численного поиска решения и подробно описана в работе [Пильник и др., 2018].

В целом, результаты оценки на данных повторяют представленные в статье [Пильник и др., 2018], поэтому интересны только результаты, полученные для ВВП (декомпозиция самого показателя ВВП в предшествующей работе не проводилась). Оценки точности декомпозиции ВВП приведены на рис. 13, результаты разложения ВВП на ненаблюдаемые модельные продукты – на рис. 14.

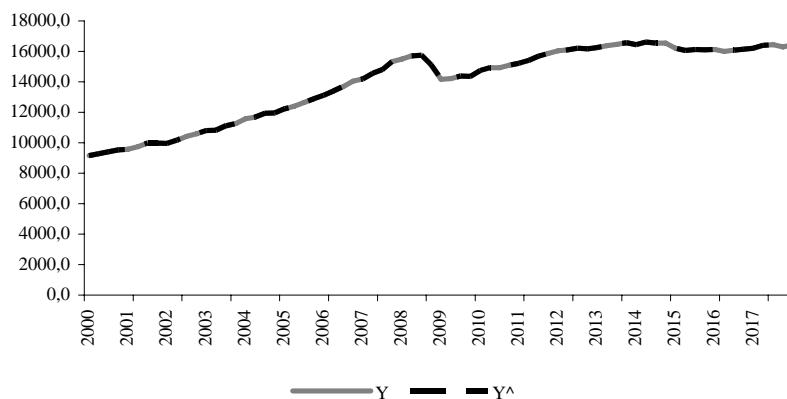


Рис. 13. Точность декомпозиции ВВП

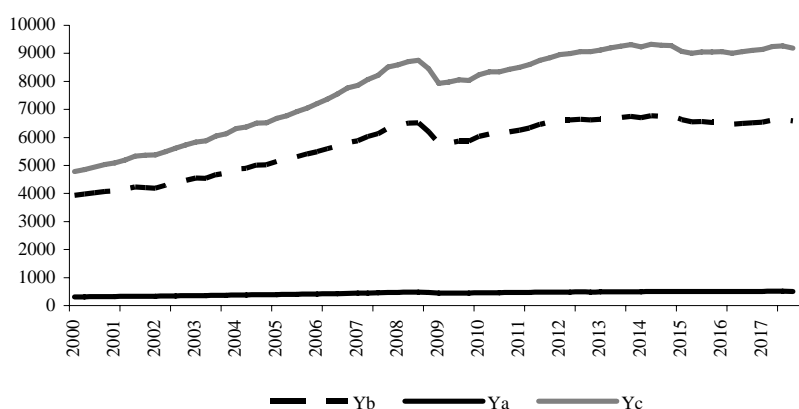


Рис. 14. Результаты разложения ВВП на продукты

Точность воспроизведения ВВП очень высока, разложение, в целом, проводится на равные части и представляется менее интересным с точки зрения интерпретации, чем разложения отдельных компонент ВВП.

В рамках используемой нами схемы считается, что дефляторы экспорта и импорта (p_e^* , p_i^*) являются экзогенными для модели реального сектора переменными. Они определяются состоянием мировых товарных рынков (например, на дефлятор экспорта, очевидно, влияет цена на нефть) и российского валютного рынка, на котором определяется курс. В описываемой модели, таким образом, мы считаем, что курс, хоть и не напрямую, а через пару дефляторов оказывается тоже экзогенной переменной. Опираясь на оценки коэффициентов, полученные в статье [Пильник и др., 2018], можно считать, что в экспортных и импортных операциях используются только два модельных продукта. В силу порождаемого CES-функцией соотношения на цены, зная дефлятор экспорта и дефлятор импорта, можем найти цену первого и второго товаров. В модели эту процедура выполняют специальные промежуточные агенты: торговец экспортом и торговец импортом (см. рис. 15).

Цена третьего товара, как показано там же, совпадает с дефлятором государственного потребления (результат деятельности соответствующего торговца). В качестве экзогенной переменной для блока «Государство» естественно считать объем государственного потребления в текущих ценах. Зафиксировав эту величину, мы фактически получим функцию спроса на государственное потребление (уже в ценах базового года) от его дефлятора.

Решение задачи потребителя, с точки зрения этой схемы, задает функцию спроса на его потребление в зависимости от дефлятора потребления. В свою очередь, решение задачи производителя определяет спрос на валовое накопление основного капитала в зависимости от его дефлятора и предложение агрегированного продукта (ВВП минус изменение запасов) в зависимости от дефлятора ВВП. Три специальных агента-торговца (выпуском, валовым накоплением и потреблением) позволяют увязать эти дефляторы с ценами трех модельных товаров.

На каждом из рынков трех модельных продуктов должен быть выполнен баланс следующего вида:

$$Y_t^i + I_t^i = C_t^i + G_t^i + J_t^i + E_t^i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Важно отметить два момента. Во-первых, из этой тройки балансов следует баланс ВВП по элементам использования в текущих ценах (после умножения каждого баланса модельного продукта на его цену и сложения, как и в работе [Пильник и др., 2018]). Во-вторых, не требуется выполнения баланса элементов использования ВВП в ценах базового года. Это связано еще и с той методикой, которой пользуется Росстат для его расчета, а также существенной ролью заложенного в него статистического расхождения, не являющегося исключительно погрешностью.

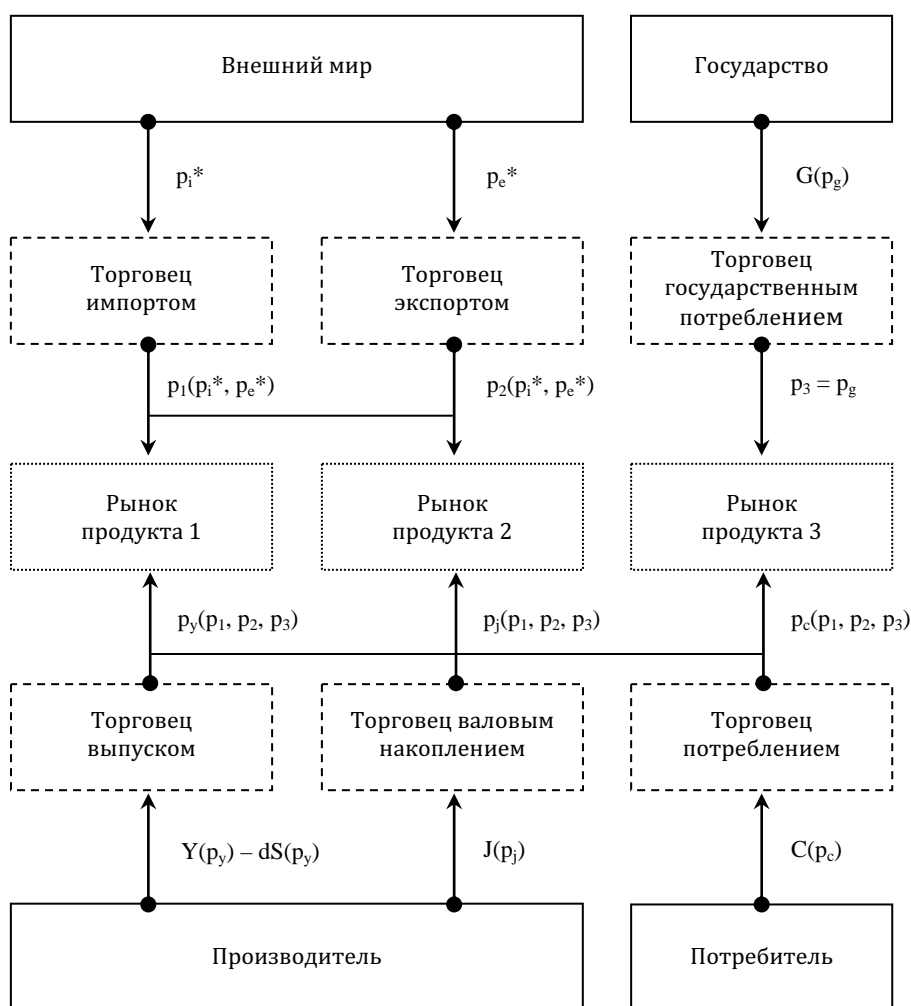


Рис. 15. Схема модели

В результате из трех балансов модельных продуктов определяются три неизвестные переменные: цена третьего модельного продукта (дефлятор государственного потребления), экспорт и импорт в ценах базового года. После этого можно считать, что все модельные переменные найдены.

5. Заключение

В работе представлена модель реального сектора экономики, основанная на многопродуктовой модельной декомпозиции компонент ВВП. За счет введения специализированных агентов-торговцев мы разделяем задачу разложения статистики на ненаблюдаемые модельные продукты и задачи непосредственно основных модельных агентов. Это позволяет совместить высокую точность описания, характерную для многопродуктовых моделей, с простотой описания однопродуктовых моделей в части моделей производителя и потребителя.

В части модели производителя получена высокая точность воспроизведения ВВП и условий рациональности. Инвестиции в модели описываются как состоящие из двух частей – инвестиций в поддержание работы основных фондов и инвестиций в новые фонды, что позволяет получить более точное и всестороннее описание работы производственного сектора экономики. В модели также описывается формирование запасов производителей и с достаточно высокой точностью воспроизводится прибыль в экономике. Помимо этого, производитель использует оригинальную схему описания спроса на труд, позволяющую восстановить из статистики спрос на новых работников и расходы на поиск и наем новых работников.

С помощью модели потребителя удалось воспроизвести с высокой точностью траектории для потребления, занятости и депозитов, доступных потребителю. Модель предлагает специальную функцию полезности, позволяющую рассматривать труд как эндогенную переменную задачи потребителя. Модификация калибровочного функционала позволяет учитывать многорежимность в поведении потребителя в различных экономических условиях (в данном случае одно состояние – это стремление к определенному уровню естественной безработицы, а второе – флуктуация вокруг этого уровня).

Описанные приемы позволяют существенно повысить точность модельного описания российской экономики, оставаясь при этом в значительной степени в русле классических макроэкономических моделей с агрегированными потребителем и производителем. Полученные в работе результаты могут быть использованы для получения более точных прогнозных моделей и анализа эффектов политики.

* *

*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Пильник Н.П., Радионов С.А. О новых подходах к идентификации блоков моделей общего равновесия // Труды Московского физико-технического института. 2017. Т. 9. № 3. С. 151–160.

Пильник Н.П., Поспелов И.Г., Станкевич И.П. Об использовании фиктивных переменных для решения проблемы сезонности в моделях общего экономического равновесия // *Экономический журнал ВШЭ*. 2015. Т. 19. № 2. С. 249–270.

Пильник Н.П., Станкевич И.П., Радионов С.А. Обобщенная многопродуктовая декомпозиция элементов использования ВВП России // *Экономический журнал ВШЭ*. 2018. Т. 22. № 2. С. 251–274.

An S., Schorfheide F. Bayesian Analysis of DSGE-Models // *Econometric Reviews*. 2007. 26(2–4). P. 113–172.

Andreev M., Pilnik N., Pospelov I.G., Vrzhesch V.P., Masyutin A. Intertemporal Three-Product General Equilibrium Model of Russian Economy // *International Journal of Arts and Sciences*. 2013. 6(1). P. 125–145.

Andreev M.Yu., Vrzhesch V.P., Pilnik N.P., Pospelov I.G., Khokhlov M.A., Jukova A.A., Radionov S.A. Intertemporal General Equilibrium Model of the Russian Economy Based on National Accounts Deaggregation // *Journal of Mathematical Sciences*. 2014. Vol. 197. № 2. P. 175–236.

Bilbiie F.O., Ghironi F., Melitz M.J. Endogenous Entry, Product Variety, and Business Cycles // *Journal of Political Economy*. 2012. 120(2). P. 304–345.

Chatterjee S., Cooper R. Entry and Exit, Product Variety and the Business Cycle // *National Bureau of Economic Research*. 1993. № w4562.

Christiano L., Eichenbaum M., Rebelo S. When Is the Government Spending Multiplier Large? // *Journal of Political Economy*. 2011. 119. P. 78–121.

Dixit A.K., Stiglitz J.E. Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // *The American Economic Review*. 1977. 67(3). P. 297–308.

Etro F., Rossi L. New-Keynesian Phillips Curve with Bertrand Competition and Endogenous Entry // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2015. 51. P. 318–340.

Guo J.T., Krause A. Changing Social Preferences and Optimal Redistributive Taxation // *Oxford Economic Papers*. 2017. 70(1). P. 73–92.

Hamano M., Zanetti F. Endogenous Product Turnover and Macroeconomic Dynamics // *Review of Economic Dynamics*. 2017. 26. P. 263–279.

Minniti A., Turino F. Multi-product Firms and Business Cycle Dynamics // *European Economic Review*. 2013. 57. P. 75–97.

Smets F., Wouters R. Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach // *American Economic Review*. 2007. 97. P. 586–606.

A Model of the Real Sector of Russian Economy with Several Goods and Agents-Traders

Sergey Vasilyev¹, Ivan Stankevich², Alexey Ujegov³

¹ P.N. Lebedev Physical Institute,
53, Leninsky av., Moscow, 119333, Russian Federation.
E-mail: sbvasilyev@gmail.com

² National Research University Higher School of Economics,
20, Myasnitskaya st., Moscow, 101000, Russian Federation.
E-mail: vpvstankevich@yandex.ru

³ National Research University Higher School of Economics,
20, Myasnitskaya st., Moscow, 101000, Russian Federation.
E-mail: ujegov@gmail.com

In this paper a real sector model of Russian economy is presented based on multiproduct decomposition of macroeconomic statistic. Model allows to reproduce statistic accurately in constant and current prices which is not possible in many other macroeconomic models.

Model economy consists of agent-traders with the help of which GDP and its components are decomposed into unobservable products, agent-producer and agent-consumer. Traders are described by CES-functions. Analytical solution of trader problem gives ratios that are used for GDP decomposition.

Producer has specific production function in which are considered two types of investments – investments that support fixed assets and investments that help to build up fixed assets. In addition, labor demand is described using an original scheme. Moreover, stock formation is described in producer model which is usually omitted in standard macroeconomic models.

Aggregate consumer model reproduces optimal trajectories for consumption, labor and consumer deposits. Specific form of utility function gives opportunity to include labor as endogenous variable in the model which is not usually made in standard macroeconomic models. Considering economically active population and modifying calibration function it is possible to receive high accuracy in reproducing consumption, labor and deposits trajectories even in crisis periods.

In this paper models are analytically solved and calibrated on real data without linearization procedure.

Key words: Russian economy; GDP components by expenditure; decomposition; production; consumption; investment.

JEL Classification: C65, C68.

* *
*

References

Pilnik N., Radionov S. (2017) O novykh podkhodakh k identifikacii blokov modelei obschego ravnovesia [On New Approaches to the Identification of Blocks of General Equilibrium Models]. *Proceedings of MIPT*, 9, 3, pp. 151–161.

Pilnik N., Pospelov I., Stankevich I. (2015) Ob ispolzovanii fiktivnykh peremennykh dlya reshenia problemy sezonnosti d modelyakh obschego ekonomicheskogo ravnovesia [On the Use of Dummy Variables to Solve the Problem of Seasonality in General Equilibrium Models]. *HSE Economic Journal*, 19, 2, pp. 249–270.

Pilnik N., Stankevich I., Radionov S. (2018) Obobshchennaya mnogoproduktovaya decomposicia elementov ispolzovania VVP Rossii [Generalized Multi-Product Decomposition of Elements of the Use of Russia's GDP]. *HSE Economic Journal*, 22, 2, pp. 251–274.

An S., Schorfheide F. (2007) Bayesian Analysis of DSGE-Models. *Econometric Reviews*, 26, 2–4, pp. 113–172.

Andreev M., Pilnik N., Pospelov I.G., Vrzheschch V.P., Masyutin A. (2013) Intertemporal Three-Product General Equilibrium Model of Russian Economy. *International Journal of Arts and Sciences*, 6, 1, pp. 125–145.

Andreev M.Yu., Vrzheschch V.P., Pilnik N.P., Pospelov I.G., Khokhlov M.A., Jukova A.A., Radionov S.A. (2014) Intertemporal General Equilibrium Model of the Russian Economy Based on National Accounts Deaggregation. *Journal of Mathematical Sciences*, 197, 2, pp. 175–236.

Bilbiie F.O., Ghironi F., Melitz M.J. (2012) Endogenous Entry, Product Variety, and Business Cycles. *Journal of Political Economy*, 120, 2, pp. 304–345.

Chatterjee S., Cooper R. (1993) *Entry and Exit, Product Variety and the Business Cycle*. National Bureau of Economic Research, no w4562.

Christiano L., Eichenbaum M., Rebelo S. (2011) When Is the Government Spending Multiplier Large? *Journal of Political Economy*, 119, pp. 78–121.

Dixit A.K., Stiglitz J.E. (1977) Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity. *The American Economic Review*, 67, 3, pp. 297–308.

Etro F., Rossi L. (2015) New-Keynesian Phillips Curve with Bertrand Competition and Endogenous Entry. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 51, pp. 318–340.

Guo J.T., Krause A. (2017) Changing Social Preferences and Optimal Redistributive Taxation. *Oxford Economic Papers*, 70, 1, pp. 73–92.

Hamano M., Zanetti F. (2017) Endogenous Product Turnover and Macroeconomic Dynamics. *Review of Economic Dynamics*, 26, pp. 263–279.

Minniti A., Turino F. (2013) Multi-product Firms and Business Cycle Dynamics. *European Economic Review*, 57, pp. 75–97.

Smets F., Wouters R. (2007) Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach. *American Economic Review*, 97, pp. 586–606.