Экономический журнал ВШЭ. 2019. Т. 23. № 1. С. 9–31.
HSE Economic Journal, 2019, vol. 23, no 1, pp. 9–31.

Параметрическая иммунизация процентного риска на основе моделей срочной структуры процентных ставок

Бешенов С.В., Лапшин В.А.

Работа посвящена хеджированию риска непараллельного изменения процентных ставок при управлении процентным риском долговых обязательств. Базель III при определении требований к капиталу и стресс-тестировании рекомендует учитывать риск непараллельных изменений кривой бескупонной доходности [Basel Committee on Banking Supervision, 2016]. При этом, как показывает опрос двадцати семи крупнейших банков России, проведенный Банком России [Банк России, 2017], по состоянию на апрель 2017 г. только один банк учитывал данный риск при расчете процентного риска и один разрабатывал методологию.

Мы использовали ряд моделей срочной структуры процентных ставок для хеджирования непараллельных изменений кривой бескупонной доходности путем параметрической иммунизации. Исследование проводилось по данным российского рынка облигаций на пятилетней выборке наблюдений за котировками облигаций. Качество иммунизации обязательства определялось на основе метрик VaR и MAE.

Новизна работы заключается в применении моделей срочной структуры процентных ставок различных классов, большая часть из которых ранее не использовалась для решения задачи параметрической иммунизации. Предложена методология оценки качества иммунизации. Исследование проведено на российском рынке облигаций.

Кросс-валидация на недельном горизонте показала, что модели Нельсона – Зигеля (а также ее усеченная версия), Свенссона и Кокса – Ингерсолла – Росса в рамках задачи параметрической иммунизации дают лучшие результаты по сравнению с общепринятым подходом на основе дюраций. Полученные результаты имеют серьезную практическую значимость для управляющих долговыми обязательствами.

Авторы благодарны двум анонимным рецензентам за подробные комментарии, которые помогли существенно улучшить некоторые аспекты работы.

Бешенов Сергей Витальевич – аспирант Школы финансов факультета экономических наук Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». E-mail: beshenov.s@yandex.ru

Лапшин Виктор Александрович – к.ф.-м.н., доцент Школы финансов факультета экономических наук Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». E-mail: vlapshin@hse.ru

Статья поступила: 23.09.2018/Статья принята: 24.01.2019.

Ключевые слова: процентный риск; параметрическая иммунизация; параметрическое хеджирование; модели срочной структуры процентных ставок; непараллельные сдвиги процентных ставок.

DOI: 10.17323/1813-8691-2019-23-1-9-31

1. Введение

Работа посвящена управлению процентным риском в финансовых институтах. Под процентным риском мы понимаем возможность получения финансового убытка вследствие неблагоприятного изменения процентных ставок в экономике. Подверженность процентному риску характерна для кредитных и депозитных продуктов, инструментов с фиксированной доходностью, производных инструментов, базовым активом которых являются процентные ставки, и иных инструментов. В данной работе как один из основных методов управления будет рассматриваться полное хеджирование процентного риска, т.е. хеджирование всей стоимости инструмента. Такая процедура в академической литературе называется иммунизацией и предполагает формирование портфеля таким образом, чтобы его стоимость не зависела от изменения уровня процентных ставок. В нашем случае объектом иммунизации выступает некоторое обязательство, для которого формируется иммунизирующий портфель облигаций, позволяющий нивелировать изменения стоимости этого обязательства. Общеизвестно, что сдвиги кривых процентных ставок (кривых бескупонных доходностей), приводящие к реализации процентного риска, могут быть параллельными и непараллельными. И если задача иммунизации к параллельным сдвигам является вопросом исследованным (использование дюрации, например: [Fisher, Weil, 1971], то иммунизация процентного риска при непараллельных сдвигах срочной структуры процентных ставок остается полем для исследований по сегодняшний день.

Базельский комитет [Basel Committee on Banking Supervision, 2016] при определении требований к капиталу и стресс-тестировании рекомендует учитывать риск непараллельных изменений кривой бескупонной доходности. В качестве стандартизированного решения он предлагает использовать готовые коэффициенты возможного изменения срочной структуры процентных ставок (ССПС), при этом предполагая разные изменения для краткосрочных и долгосрочных процентных ставок. Эти коэффициенты получены на основе исторических данных и представляют собой максимальные оценки изменения для разной срочности (а их всего три), что налагает повышенные требования к капиталу. Более точное понимание возможных изменений ССПС на каждом сроке позволило бы сократить размер требований к капиталу и получить более точные оценки чувствительностей кривой бескупонных доходностей.

Помимо рекомендаций Базельского комитета, актуальность данной темы в России обусловлена хотя бы тем, что за период 2014–2015 гг. процентный риск принес банковской системе потери, сопоставимые с кредитным риском, являющимся основным для банковской сферы. Центральный банк РФ в своем информационном бюллетене указывает: «По оценке Банка России, в 2015 году объем потерь российского банковского сектора из-за реализации процентного риска уступал только потерям от кредитного риска» [Банк России, 2017]. С проблемой воздействия процентного риска столкнулись страховые компании и компании реального сектора, практикующие регулярное кредитование для своей деятельности.

Идея использования параметрического представления срочной структуры процентных ставок (ССПС) для оценки зависимости изменений цены обязательства от изменений кривой процентных ставок в экономике была впервые предложена Купером [Cooper, 1977[. При условии, что ССПС может быть выражена в виде функциональной зависимости, такая зависимость представляет собой определенную модель поведения процентных ставок. Вместо аппроксимации функции цены обязательства путем ее разложения в ряд Тейлора, т.е. взятия первой производной (дюрации) и второй производной (выпуклости, англ. convexity), предполагается дифференцирование функции ССПС, определяющей цену обязательства, по ее параметрам.

Задача нашей работы – на реальных данных по российскому рынку облигаций понять, есть ли практическая польза от применения подобных «продвинутых» моделей иммунизации – по сравнению со «стандартным» подходом на основе дюраций.

Для этого далее в разделе 2 мы сначала приведем обзор популярных моделей ССПС, которые будем использовать для оценки кривой бескупонной доходности и решения задачи иммунизации. Затем в разделе 3 обратимся непосредственно к моделям иммунизации: опишем модель на основе дюраций, которая будет одной из «контрольных» в нашем исследовании, рассмотрим варианты обобщения моделей на случаи непараллельных сдвигов ССПС и дадим формулировку задачи иммунизации на основе моделей ССПС. Раздел 4 содержит описание данных и формальную постановку задачи, раздел 5 – результаты расчетов, а раздел 6 – заключение и выводы.

2. Обзор моделей ССПС

Под срочной структурой процентных ставок или кривой бескупонной доходности мы понимаем зависимость процентных ставок от срока до погашения. Стоит отметить, что это название, как правило, применяется к кривым бескупонных доходностей, т.е. в роли процентной ставки выступает *бескупонная* или *спот-ставка.* В рамках работы мы будем использовать конвенцию непрерывного начисления процентов.

Бескупонная ставка (спот-ставка) $r(t)$ – это процентная ставка, определяющая зависимость текущей цены безрисковой бескупонной облигации P_t от ее срока до погашения t и номинала F:

(1) $$P_t = Fe^{-r(t)t}.$$

Тогда цена безрисковой купонной облигации с выплатами $C(t_m)$ в сроки t_m, $m = 1,\ldots,M$ можно представить в виде

(2) $$P_t = \sum_{m=1}^{M} C(t_m)e^{-r(t_m)t_m} + Fe^{-r(t_M)t_M},$$

где F – номинал облигации, выплачиваемый в срок погашения t_M.

Имея набор спот-ставок, мы можем выразить форвардные ставки. *Форвардная ставка* $f(t_1, t_2)$ – это ставка по инвестиции, которая начнется в будущем моменте времени t_1 на срок $t_2 - t_1$. Тогда в конвенции непрерывного начисления процентов из спот-ставки $r(t_1)$ на срок t_1 и спот-ставки $r(t_2)$ на срок t_2 ($t_2 > t_1$) можно выразить форвардную ставку:

$$f(t_1, t_2) = \frac{r(t_2)t_2 - r(t_1)t_1}{t_2 - t_1}. \tag{3}$$

Мгновенная форвардная ставка $f(\tau)$ на срок τ связана со спот-ставкой $r(\cdot)$ следующим выражением:

$$r(t) = \frac{1}{t}\int_0^t f(\tau)\, d\tau. \tag{4}$$

Модели ССПС предполагают некоторый специальный вид функции $r(t)$ или $f(t)$. Параметрические модели имеют вид $r(t) = r(t; \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k)$, где $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ – параметры модели. Обычно параметры оценивают путем калибровки модели к рыночным данным методом наименьших квадратов, т.е. минимизируя сумму квадратов отклонений предсказанных моделью ССПС цен $\hat{P}_i$ от наблюдаемых на рынке цен P_i:

$$\begin{aligned} &\min_\beta \left[\sum_{i=1}^{N}\left(P_i - \hat{P}_i\right)^2\right] = \\ &= \min_\beta \left[\sum_{i=1}^{N}\left(P_i - \sum_{m=1}^{M} C_i(t_m)\cdot \exp\left[-r(t_m, \beta_1,\ \beta_2, \ldots,\ \beta_k)t_m\right]\right)^2\right], \end{aligned} \tag{5}$$

где $C_i(t_m)$ – купонные выплаты облигации в сроки t_m; $r(t_m, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k)$ – спот-ставка в момент времени t_m, заданная набором параметров модели $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$.

Для тестирования мы будем использовать самые популярные модели оценки ССПС, которые кратко опишем ниже. Более полный обзор различных моделей оценки ССПС и областей, в которых они чаще применяются, можно найти в работе [Лапшин, Терещенко, 2018].

2.1. Модели экономического равновесия

Старт моделям экономического равновесия положил ученый чешского происхождения Олдрич Васичек, который математически описал эволюцию процентных ставок

[Vasicek, 1977]. В основу модели Васичека легли три предпосылки: процентная ставка представляет собой стохастический процесс, цена облигации учитывает в себе только процентный риск (модель однофакторная), рынок обладает информационной эффективностью. Стохастический процесс для мгновенной спот-ставки (спот-ставки для бесконечно малого срока погашения) $r = r(0) = f(0)$ в модели Васичека выражается уравнением (6):

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t, \tag{6}$$

где индекс t обозначает текущий момент времени; a, b, σ – параметры: a определят скорость «возвращения» процентной ставки к среднему значению b, которое есть долгосрочный уровень процентной ставки, а σ описывает волатильность и не зависит от текущей ставки; W_t – винеровский процесс.

Вслед за моделью Васичека выходит работа Д. Кокса, Д. Ингерсолла, С. Росса, в основе которой все тот же стохастический процесс (6), но дисперсия теперь имеет множитель – квадратный корень из процентной ставки, – что позволяет решить проблему отрицательных ставок (7) [Cox, Ingersoll, Ross, 1985]. Модель CIR (по первым буквам фамилий авторов) также описывает экономическое равновесие, т.е. определяет рыночную цену риска в момент времени.

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t. \tag{7}$$

Для исследования возможности параметрической иммунизации мы выбрали именно модель CIR. Цена бескупонной облигации в ней описывается уравнением

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-B(t,T)r_t}, \tag{8}$$

где

$$A(t,T) = \left(\frac{2he^{\frac{(a+h)(T-t)}{2}}}{(h+a)\left(e^{h(T-t)}-1\right)+2h}\right)^{\frac{2ab}{\sigma^2}},$$

$$B(t,T) = \frac{2\left(e^{h(T-t)}-1\right)}{(h+a)\left(e^{h(T-t)}-1\right)+2h},$$

$$h = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}.$$

2.2. Параметрические модели

Пожалуй, наиболее известной параметрической моделью можно по праву считать модель Нельсона – Зигеля, предложенную в конце 1980-х годов [Nelson, Siegel, 1987]. Она или ее модификации используется центральными банками многих развитых и развивающихся стран [BIS, 2005]).

Авторы описывают мгновенную форвардную ставку $f(t)$ следующей формулой:

$$f(t)=\beta_0+\beta_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}+\beta_2\left(\frac{t}{\tau_1}\right)e^{-\frac{t}{\tau_1}}, \tag{9}$$

где β_0, β_1, β_2, τ_1 – параметры, определяющие ССПС.

Другой вид модели форвардной ставки предложил шведский ученый Л. Свенссон, добавивший еще одно слагаемое к (9) с параметрами β_3, τ_2 [Svensson, 1994]:

$$f(t)=\beta_0+\beta_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}+\beta_2\left(\frac{t}{\tau_1}\right)e^{-\frac{t}{\tau_1}}+\beta_3\left(\frac{t}{\tau_2}\right)e^{-\frac{t}{\tau_2}}. \tag{10}$$

Эту модель называют моделью Нельсона – Зигеля – Свенссона либо сокращенно моделью Свенссона. Дополнительные параметры увеличивают разнообразие возможных форм кривой бескупонных доходностей, особенно в части краткосрочных и среднесрочных ставок, в частности, позволяя ей иметь два «горба». Мы будем использовать обе эти модели.

Применив формулу (4), связывающую форвадные и спот-ставки, для (9) и (10), получим модели Нельсона – Зигеля (11) и Свенссона (12) для спот-ставок:

$$r(t)=\beta_0+\beta_1\frac{1-e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\frac{t}{\tau_1}}+\beta_2\left[\frac{1-e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\frac{t}{\tau_1}}-e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right], \tag{11}$$

$$r(t)=\beta_0+\beta_1\frac{1-e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\frac{t}{\tau_1}}+\beta_2\left[\frac{1-e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\frac{t}{\tau_1}}-e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right]+\beta_3\left[\frac{1-e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\frac{t}{\tau_2}}-e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right]. \tag{12}$$

2.3. Непараметрические модели

Следующий класс моделей называют *непараметрическими* или *сплайновыми* моделями. С точки зрения нашего подхода нет принципиальной разницы между параметрическими моделями и сплайновыми, так как используя разложение по сплайновому базису (т.е. разложение любого сплайна на линейную комбинацию базисных функций, заданных на последовательности узлов сплайна), мы можем представить сплайновую модель в виде параметрической – с бóльшим количеством параметров:

$$P_t=\sum_{m=1}^{M}C(t_m)e^{-t_m\sum_{i=1}^{k}\beta_i g_i(t)}, \tag{13}$$

где $C(t_m)$ – денежный поток облигации в момент t_m; M – число денежных потоков; $g_i(t)$ – *i*-ая функция сплайнового базиса; β_i – неизвестные параметры; *k* – количество параметров сплайна.

Одна из сплайновых моделей, которая была использована нами, – модель Фишера – Нички – Зервоса, основанная на B–сплайнах [Fisher, Nychka Zervos, 1995]. В их модели (далее – FNZ) используются сглаживающие сплайны, т.е. вместо точного отражения в модели наблюдаемых цен облигаций решается следующая задача минимизации:

$$\min_{\beta}\left[\sum_{i=1}^{N}\left(P_i-\hat{P}_i\right)^2+\lambda\int_0^T\left(r(t,\beta)''\right)^2 dt\right], \tag{14}$$

где N – количество облигаций; второе слагаемое представляет собой штраф за негладкость кривой бескупонной доходности; λ – параметр регуляризации, который определяет силу использования штрафа (чем больше λ, тем более плавной будет кривая бескупонной доходности в ущерб точности отражения рыночных данных); а β – вектор оцениваемых параметров.

Другая непараметрическая модель, выбранная нами для решения задачи иммунизации, это модель Смита – Вилсона [Smith, Wilson, 2001], которая рекомендуется EIOPA[1] для целей актуарной оценки обязательств. Ее также можно отнести к сплайновым моделям, но, в отличие от модели FNZ, она не является сглаживающей, т.е. точно отражает цены всех облигаций. Количество параметров модели равно количеству использованных для оценки ССПС облигаций. В рамках данной модели функция дисконтирования $d(t)=e^{-r(t)t}$ описывается следующей формулой:

$$d(t)=e^{-f_\infty t}+\sum_{j=1}^{N}\xi_j\sum_{m=1}^{M}C_j(t_m)W(t,\ t_m), \tag{15}$$

где f_∞ – долгосрочная процентная ставка (*Ultimate Forward Rate)*; $W(t,\ t_m)$ – специальная функция Уилсона; ξ_j – параметры модели.

3. Обзор моделей иммунизации

Самой простой и одновременно самой распространенной моделью иммунизации является модель иммунизации на основе дюрации, предложенной Фишером и Вейлем [Fisher, Weil, 1971]. Важно отметить, что дюрация Фишера – Вейля (далее – просто дюрация) в отличие от дюрации Маколея предполагает наличие ССПС и использование бескупонных ставок вместо доходности к погашению для всех сроков. Формально дюрация является эластичностью цены облигации по процентной ставке (17). Зависимость процентного изменения цены облигации от изменения ставки в рамках этой модели приблизительно описывается формулой (18).

[1] European Insurance and Occupational Pensions Authority.

(16) $$D = \frac{\sum_{m=1}^{M} t_m C(t_m) e^{-r(t_m)t_m}}{P},$$

(17) $$\frac{dP}{dr} \cdot \frac{1}{P} = -D,$$

(18) $$\frac{\Delta P}{P} \approx -D \cdot \Delta r.$$

Очевидно, что использование дюрации позволяет оценивать изменение цены облигации лишь при малом изменении процентной ставки, потому как в основе лежит первая производная стоимости облигации по доходности. Это делает невозможной оценку потенциального изменения ставки на длительном горизонте.

Впрочем, если описанная выше проблема может быть частично решена путем учета производных более высокого порядка (например, выпуклости), то проблема возможного *непараллельного* изменения кривой процентных ставок на сегодняшний день является актуальной для исследований темой.

Исследователи пытались учесть непараллельные изменения ССПС на основе дисперсии изменения ставок на разный срок [Bierwag, 1977; Babbel, 1983] или стохастической природы изменения ставок, как в моделях экономического равновесия, описанных ранее [Cox et al., 1979; Ingersoll et al., 1978; Wu, 2000]. Другой подход предложил И. Купер [Cooper, 1977]: параметрическую иммунизацию. Сделав предположение о функциональной зависимости кривой бескупонной доходности от параметров (т.е. о конкретной параметрической модели ССПС), Купер предлагает найти чувствительности цены облигации к этим параметрам и составить иммунизирующий портфель таким образом, чтобы чувствительность совокупного портфеля была равна нулю. В качестве модели ССПС Купер использовал полиномиальную функцию, что не позволило ему ни оценить ССПС с приемлемой точностью, ни получить достойные внимания результаты при иммунизации с помощью чувствительностей.

Продолжением идеи Купера, спустя долгое время, стали работы Рама Вильнера [Willner, 1996] и Мигеля Браво [Bravo, 2007, 2012]. Вильнер в своей работе произвел декомпозицию процентного риска на четыре составляющие, соответствующие четырем параметрам модели Нельсона – Зигеля, Браво успешно апробировал параметрические дюрации (по сути, эластичности к каждому параметру модели ССПС) по модели Свенссона на португальских государственных облигациях, а также выборке государственных облигаций Евросоюза с рейтингом «ААА».

Одна из последних работ по данной теме принадлежит бразильским исследователям Бруно Лундо и Кайо Алмеида. Используя модели параметрических дюраций и Свенссона, Лундо и Алмеида не только решали задачу иммунизации, но и провели испытания торговых стратегий, направленных на извлечение прибыли на базе параметрических дюраций [Almeida, Lund 2014]. Трейдинговые стратегии предполагали ожидаемые изменения тех или иных участков кривой, а формирование портфеля основывалось на данных о чувствительностях цен облигаций к параметрам модели Свенссона. Поскольку каждому параметру присуще отражение изменений формы кривой, бразильские ученые доказали возможность составления портфеля, зарабатывающего на основе знания чувствительностей к параметрам.

Рассмотрим пример иммунизации обязательства при помощи портфеля облигаций, осуществленный на основе модели параметрической иммунизации, предложенной Браво в 2007 г. В данном примере кривая бескупонной доходности задается формулой Свенссона (12).

Предположим, что на рынке доступно L государственных облигаций. Каждой облигации соответствует денежный поток $C_l\left(t_m\right)$ в момент t_m (для упрощения обозначений мы считаем сроки выплат t_m едиными для всех облигаций; это не ограничивает общности, так как лишние выплаты $C_l\left(t_m\right)$ можно положить нулевыми). Предполагая, что кривая бескупонной доходности заранее известна и имеет спецификацию Свенссона, цена отдельной облигации в момент составления портфеля может быть выражена следующим образом:

(19)
$$B_0^l(\beta)=\sum_{m=1}^{M} C_l\left(t_m\right) e^{-r\left(t_m,\beta\right)t_m}=$$
$$=\sum_{m=1}^{M} C_l\left(t_m\right) e^{-\left(\beta_0+\beta_1\frac{1-e^{-\frac{t_m}{\tau_1}}}{\frac{t_m}{\tau_1}}+\beta_2\left[\frac{1-e^{-\frac{t_m}{\tau_1}}}{\frac{t_m}{\tau_1}}-e^{-\frac{t_m}{\tau_1}}\right]+\beta_3\left[\frac{1-e^{-\frac{t_m}{\tau_2}}}{\frac{t_m}{\tau_2}}-e^{-\frac{t_m}{\tau_2}}\right]\right)t_m}.$$

Из этого следует, что в момент его формирования стоимость портфеля $P_0(\beta)$, который состоит из L облигаций (где n_l – количество облигаций типа l), равна

(20)
$$P_0(\beta)=\sum_{l=1}^{L} n_l B_0^l(\beta,t)=\sum_{l=1}^{L}\sum_{m=1}^{M} n_l C_l\left(t_m\right) e^{-r\left(t_m,\beta\right)t_m}.$$

Согласно работам Браво [Bravo, 2007, 2012], если зависимость (20) является непрерывной и дважды дифференцируемой, а также имеет разложение в ряд Тейлора в окрестности текущего вектора параметров β, то условие первого порядка для иммунизированного портфеля облигаций выглядит следующим образом:

(21)
$$D^{(l)}\left(\beta_k\right)=-\frac{1}{B_0^l\left(\beta_k\right)}\frac{\partial B_0^l\left(\beta_k\right)}{\partial\beta_k},$$

где β_k при $k=1\ldots6$ – параметры кривой бескупонной доходности в модели Свенссона; $D^{(P)}\left(\beta_k\right)$ – параметрическая дюрация облигации l.

Тогда если $\omega_l=\dfrac{n_l B_0^l(\beta)}{P_0(\beta)}$ обозначает долю инвестиций портфеля в облигацию l, то параметрические дюрации иммунизирующего портфеля могут быть найдены следующим образом:

(22) $$D^{(P)}(\beta_k) = -\frac{1}{P_0(\beta_k)}\frac{\partial P_0(\beta_k)}{\partial \beta_k} = \sum_{l=1}^{L}\omega_l D^{(l)}(\beta_k).$$

Таким образом, задача иммунизации портфеля облигаций, рассмотренная в работе Браво (2012), может быть записана в следующем виде:

(23) $$\sum_{l=1}^{L}\omega_l^2 \to \min_{\omega_l},$$

при этом $\sum_{l=1}^{L}\omega_l = 1,$

$$D^{(P)}(\beta_k) = D^{(target)}(\beta_k),$$

где $D^{(target)}(\beta_k)$ – целевой вектор параметров дюрации иммунизируемого обязательства.

Мы снимаем условие равенства суммы весов единице, так как в нашей постановке иммунизирующий портфель не обязан (и не должен) по стоимости совпадать с иммунизируемым обязательством.

Так как система уравнений (22), определяющая условия на веса облигаций в иммунизирующем портфеле, является линейной относительно весов w, достаточным условием существования решения является использование количества облигаций, не меньшего, чем количество переменных в модели срочной структуры процентных ставок. Это условие легко выполнено для параметрических моделей (число их параметров не превосходит 6) и для нашего варианта сплайновой модели (с 8 параметрами). Число параметров в модели Смита – Уилсона по построению совпадает с количеством облигаций в выборке. С учетом того, что для иммунизации обычно используется порядка 20–30 облигаций (точное число варьируется ото дня ко дню), решение задачи иммунизации существует всегда – при дополнительном условии отсутствия в выборке облигаций с совпадающими потоками платежей, но это условие никогда не нарушается.

Отдельно следует обсудить условие (23), которое мы используем вслед за Браво для отбора единственного решения. Оно дает максимально диверсифицированный иммунизирующий портфель. Выбор решения с минимальной евклидовой нормой типичен в литературе.

Мы также проводили расчеты с использованием других способов отбора единственного решения, в том числе дающих концентрированный портфель (например, минимальная сумма модулей весов). Результаты в плане относительного преимущества тех или других параметрических методов не менялись, однако общая подмеченная нами тенденция – чем более диверсифицирован иммунизирующий портфель, тем более результативна процедура иммунизации.

Оптимальный выбор дополнительных условий может быть связан как с низкой ликвидностью рынка и необходимостью усреднения «шума», которое возможно только в диверсифицированном портфеле, так и с разнообразными условиями второго и более высокого порядков, обсуждаемых в литературе по иммунизации. Связь качества иммунизации с диверсификацией и ликвидностью рынка – интересное направление для дальнейших исследований.

Составляя портфель с параметрическими дюрациями, равными дюрациям иммунизируемого обязательства, мы ожидаем, что изменения их стоимости будут совпадать. В реальных условиях полное совпадение невозможно ввиду ограниченной ликвидности и несовершенности информации на рынке облигаций, поэтому мы будем сравнивать несколько моделей по их эффективности в снижении риска.

4. Данные, предпосылки, алгоритм и критерии оценки качества иммунизации

Валидация моделей была проведена на российском рынке государственных облигаций. Данные по облигациям, использованные для настоящего исследования, были выгружены с финансово-информационного портала Cbonds[2]. Были использованы котировки по 43 ОФЗ (облигациям федерального займа) с апреля 2012 г. по апрель 2017 г. Таким образом, выборка представляет собой ежедневные котировки по облигациям за 5 лет, всего 1252 наблюдения. В выборке присутствуют облигации за каждый торговый день, удовлетворяющие следующим условиям:

– фиксированная ставка купона, определенная на весь срок до погашения;
– без встроенных опционов;
– наличие индикативной цены в рассматриваемый торговый день.

Под индикативной котировкой или индикативной ценой мы понимаем котировку, предоставленную порталом в соответствии с оригинальной методикой Cbonds. Согласно порталу, индикативную котировку определяет «выбор на ежедневной основе котировки актива, отвечающей в максимальной степени складывающейся рыночной конъюнктуре и тенденциям спроса и предложения». Использование индикативной котировки не предполагает абсолютное приближение к реальной ситуации, поскольку конкретная цена конкретной сделки зависит от множества параметров, определяющих ликвидность рынка.

Для оценки и сравнения качества различных методов иммунизации мы проводим кросс-валидацию следующим образом.

1. Из существующей выборки государственных облигаций в каждый момент времени убираем одну облигацию со сроком до погашения большим, чем 5 лет. Такая облигация в нашей задаче является рассматриваемым обязательством, которое возникло в начале рассматриваемого периода и которое мы иммунизируем в течение 5 лет. Эта облигация фиксируется на все 5 лет.
2. На каждый торговый день мы оцениваем кривую бескупонной доходности на основе модели ССПС по остальным облигациям. Параметры моделей оцениваются нелинейным методом наименьших квадратов в соответствии с (5) или (14) для параметрических и непараметрических методов соответственно.
3. На каждый день мы находим параметрические дюрации как облигаций, так и обязательства путем дифференцирования их расчетных стоимостей по параметрам модели в соответствии с (20)–(22).

[2] Информационное агентство Cbonds.ru (https://ru.cbonds.info).

4. Решаем задачу иммунизации – формируем портфель, иммунизирующий обязательство, т.е. имеющий те же параметрические дюрации. Решением задачи являются оптимальные веса иммунизирующего портфеля в соответствии с условиями (22) и (23).

5. При ребалансировке портфеля оцениваем ошибку иммунизации (24), т.е. разницу изменения стоимости обязательства (исключенной из выборки облигации) и изменения стоимости иммунизирующего портфеля. Мы рассматриваем горизонты ребалансировки в 1 день и 1 неделю.

$$Error = \Delta P_p - \Delta P_L, \tag{24}$$

где ΔP_p – фактически реализованное изменение стоимости портфеля; ΔP_L – фактически реализованное изменение стоимости обязательства.

Описанная процедура проводится для каждого торгового дня на рассматриваемом периоде.

В качестве иммунизируемого обязательства мы выбрали облигацию по ряду причин. Разумеется, было бы желательно использовать реальные обязательства, например, пенсионного фонда или страховой компании. Однако такая информация недоступна публично. Более того, даже если бы такая информация была доступна, для нашей процедуры важно наличие у обязательства объективной рыночной стоимости (например, цены облигации). Торгуемая на рынке государственная облигация имеет сравнительно высокую ликвидность и, как следствие, достаточно информативную рыночную цену, что делает ее удобной прокси-переменной для нашей задачи.

Ребалансировка портфеля представляет собой формирование портфеля в ответ на меняющуюся срочную структуру процентных ставок. Производятся ребалансировка и оценка кривых ССПС на ежедневном и еженедельном интервалах. При еженедельной ребалансировке ошибка иммунизации считается в режиме «скользящего окна», когда понедельник сравнивается с предыдущим понедельником, вторник со вторником и так далее. Выбор еженедельного интервала объясняем эффектом сезонности торговых дней (*weekend effect*), а также смыслом производной первого порядка – отношения приращения функции к приращению аргумента, стремящемуся к нулю. Иными словами, непрерывная ребалансировка портфеля в теории должна давать лучшую аппроксимацию изменения цены, однако шум в данных котировок и невысокая ликвидность рынка облигаций являются поводом к рассмотрению недельных данных.

Под горизонтом инвестирования (обязательства) вслед за Фишером и Вейлем мы понимаем весь временной интервал, на протяжении которого мы будем моделировать иммунизацию и проверять ее качество. Горизонт обязательства выбран неслучайно: для хеджирования процентного риска на коротком сроке есть сравнительно большой выбор производных финансовых инструментов, в том числе процентных своп-контрактов. Для сроков свыше 5 лет данный рынок неактивен ввиду исторически высокой волатильности рублевых процентных ставок. Таким образом, наибольший интерес представляет оценка качества иммунизации долгосрочных обязательств на длительных горизонтах инвестирования.

Иммунизация долгосрочных обязательств (со сроком, превышающим срок инструментов, использованных для построения кривой бескупонных доходностей) связана с задачей экстраполирования срочной структуры процентных ставок и выходит за рамки данного исследования.

Облигация, которая выступает объектом иммунизации, должна быть размещена раньше апреля 2012 г. и иметь срок погашения позже апреля 2017 г., а также не быть самой долгосрочной облигацией в выборке.

Мы провели расчеты для всех таких бумаг. Результаты оказались стабильными для всех моделей ССПС, поэтому в целях удобства представления результатов в качестве обязательства используем одну и ту же облигацию ОФЗ Россия, 26208 (RU000A0JS4M5) со сроком погашения 27.02.2019.

В качестве мер оценки качества иммунизации мы рассчитываем показатель MAE (среднее абсолютное изменение стоимости на горизонте ребалансировки), являющийся эталонной метрикой в подобного рода исследованиях. Помимо этого, мы используем стоимостную меру риска VaR (Value-at-Risk). VaR определяет величину убытков, которые с заданной вероятностью не будут превышены на заданном временном горизонте.

$$VaR_{\alpha}\left(X\right)=-\inf\left\{x:\mathrm{P}\left(X\leq x\right)\geq\alpha\right\}, \tag{25}$$

где X – случайный убыток; α – уровень надежности, обычно принимаемый на уровнях порядка 95, 99, 99,5%.

Также для отдельных метрик будут приведены доверительные интервалы, что позволит говорить о точности оценок и сравнивать их между собой.

Перед тем как перейти непосредственно к исследованию, сформулируем ряд упрощающих предположений и ограничений.

– Облигацию можно купить и продать в определенный торговый день по индикативной котировке, полученной за этот день. Bid-ask спред не учитывается.

– Возможно открытие короткой позиции по облигации.

– Облигация может быть куплена и продана не целиком, а дробно. Облигация бесконечно делима.

– Трансакционные издержки не учитываются.

Поскольку все модели применяются при условии одинаковых предпосылок, считаем их сравнение возможным; в случае практического использования издержки имплементации отразятся в равной степени.

Мы приводим агрегированные результаты по всему периоду исследования, который включает в себя период повышенной волатильности в 2014–2015 гг. Расчеты отдельно по периоду повышенной волатильности проводились, однако их результаты никак не выделяются на общем фоне – все закономерности сохраняются. Для экономии места мы приводим только полные результаты. Стоит заметить, что два использованных показателя качества иммунизации по-разному расставляют акценты: MAE показывает «типичное» качество иммунизации, устойчивое к выбросам, в то время как VaR, будучи квантильной мерой, показывает качество иммунизации в периоды повышенной волатильности.

5. Результаты исследования

Помимо исследования валидности моделей ССПС мы также решаем задачу иммунизации на основе дюраций Фишера – Вейля. Как уже обсуждалось выше, дюрации могут быть успешно использованы для защиты от параллельных сдвигов кривых процентных ставок. Поэтому если подобная стратегия окажется лучше параметрической иммунизации, это поставит под вопрос целесообразность использования последней. Как еще одну «контрольную» меру мы взяли стратегию равновзвешенного портфеля облигаций, который, как очевидно из названия, составляется из доступных на рынке облигаций в равных долях. По идее, такой портфель можно называть индексным, т.е. отражающим конъюнктуру всего рынка. Захватывая все сроки до погашения, подобный портфель усредняет изменения при любых сдвигах кривой. Однако поскольку наше обязательство – это одна облигация с определенным сроком до погашения, она должна иметь подверженность процентному риску, отличную от таковой для равновзвешенного портфеля.

Исследуемые модели имеют разное количество параметров, а значит, и разное количество параметрических дюраций, на основе которых решается задача иммунизации – подбор оптимальных весов в портфеле. У модели Нельсона – Зигеля 3 параметра; модель CIR и модель Свенссона имеют по 4 параметра; модель дюраций и стратегия равновзвешенного портфеля имеют по 1 параметру, модель Смита – Вилсона имеет количество параметров, равное количеству облигационных выпусков, задействованных в оценке ССПС в каждый день (не менее 20 облигаций были использованы ежедневно). Что касается модели Фишера – Нички – Зервоса, то количество параметров равно количеству узлов сплайна. Мы использовали сплайн с 8 узлами. Что касается штрафа на гладкость, устанавливаемого экзогенно, то опытным путем было установлено, что размер штрафа не повлиял на качество иммунизации, поэтому мы не рассматриваем результаты модели с различной величиной штрафа λ. Это можно объяснить тем, что 8 узлов и так обеспечивают достаточную степень сглаживания, так что дополнительная регуляризация не требуется.

Напомним, количество торговых дней в выборке составляет 1252 дня, что позволяет получить относительно низкие доверительные интервалы для используемых метрик. Мы строим оценки VaR на уровне 95%. Однако так как искомые численные значения VaR сами по себе являются результатом статистической оценки, мы также приводим доверительный интервал для них на уровне 90% (вероятность ошибки в каждую сторону – симметричная, по 5%). Доверительные интервалы для VaR рассчитываются на основе асимптотических стандартных ошибок для больших выборок [Moraux, 2011]. Аналогично для оценок MAE используем 90-процентный доверительный интервал, рассчитанный на основе RMSE. Статистическая значимость оценок средней абсолютной ошибки (MAE) проверяется парным непараметрическим тестом Вилкоксона. Уровень значимости теста – 5%.

Для удобства описания результата, а также визуализации данных определим сокращенные наименования моделей (табл. 1).

Таблица 1.

Сокращенное наименование моделей

Модель	Сокращенное наименование
Нельсона – Зигеля	NS
Свенссона	Svensson
Кокса – Ингерсола – Росса	CIR
Фишера – Нички – Зервоса	FNZ
Смита – Вилсона	SW
Дюрации	Duration
Равновзвешенный портфель	Index
Иммунизируемое обязательство	Liability

5.1. Усеченная модель Нельсона – Зигеля

Для модели Нельсона – Зигеля было проведено исследование частного случая, когда β_2 равно нулю. Эксперимент был проведен ввиду обнаружения ярко выраженной обратной зависимости между параметрами модели β_1 и β_2 (рис. 1). Парная корреляция Пирсона оценок двух параметров составила –0,92. Подобная зависимость свидетельствует о том, что один из этих параметров лишний и может быть исключен из рассматриваемой модели. Результаты эксперимента приведены на рис. 2. Из рисунка видно, что MAE у обеих моделей равен ~0,23%, VaR составляет ~0,53%, доверительные интервалы также схожи по размеру.

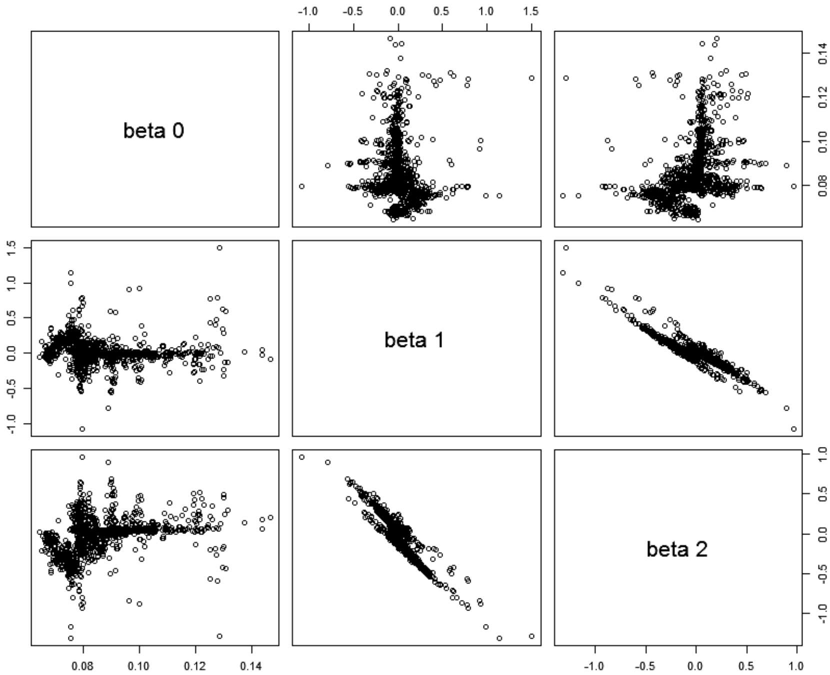

Рис. 1. Парная диаграмма распределения оценок параметров модели Нельсона – Зигеля

Таким образом, выходит, что использование усеченной модели Нельсона – Зигеля дает аналогичные результаты, поэтому следует применять ее хотя бы из соображений простоты и скорости оценки параметров. Функциональная форма такой модели может быть записана следующим образом:

$$r(t) = \frac{\int_0^t f(s)\,ds}{t} = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}}{\frac{t}{\tau_1}}. \tag{26}$$

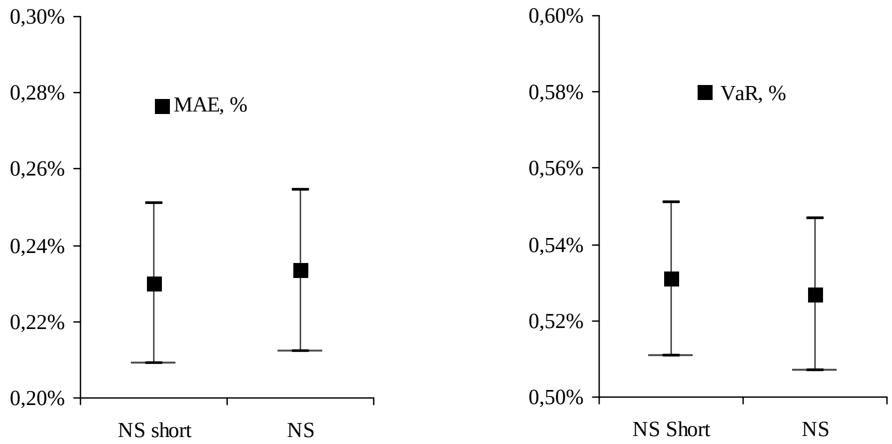

Рис. 2. Сравнение результатов тестирования модели Нельсона – Зигеля и ее усеченной версии

5.2. Валидация моделей при ежедневной ребалансировке портфеля

Далее рассмотрим результаты для всех моделей при условии ежедневной ребалансировки портфеля. На рис. 3 слева изображены результаты моделей по метрике MAE, справа – по VaR с доверительными интервалами.

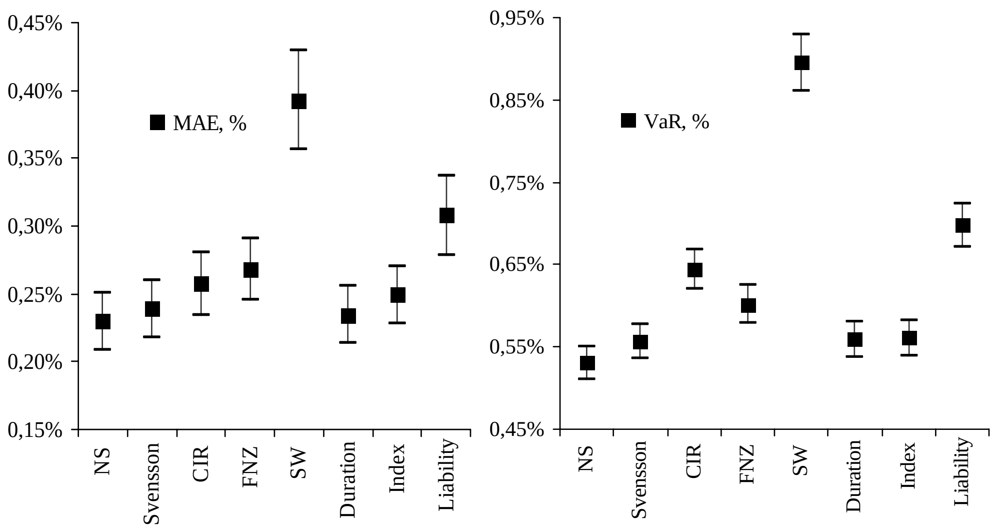

Рис. 3. Результаты ежедневной ребалансировки. MAE и VaR

Наилучший результат по критерию MAE был продемонстрирован стратегией дюрации, моделями Нельсона – Зигеля и Свенссона. Значения MAE этих моделей статистически не отличаются (см. Приложение). Следующими по качеству иммунизации стали модель Кокса – Ингерсолла – Росса и индексный портфель.

Минимальный VAR был получен для модели Нельсона – Зигеля и составил 0,53% стоимости обязательства, что предполагает возможность снижения VaR на 24% относительно ситуации отсутствия хеджирования. Также хорошо себя показали модель Свенссона, равновзвешенный портфель (с равными весами) и иммунизирующий портфель, составленный на основе дюраций. Данные стратегии на заданном уровне значимости снижают VaR не менее чем на 20%. Следом за ними идут модели Фишера – Нички – Зервоса и Кокса – Ингерсолла – Росса, а очевидным аутсайдером среди представленных моделей стала модель Смита – Вилсона, при ежедневном переформировании портфеля показавшая результат хуже, чем при отсутствии иммунизирующего портфеля.

Таким образом, при ежедневной ребалансировке портфеля ни одна из моделей, описывающих ССПС, не стала лучше «контрольной» стратегии иммунизации на основе дюрации.

5.3. Валидация моделей при еженедельной ребалансировке портфеля

Далее проверим валидность моделей для случая еженедельной ребалансировки (рис. 4). При анализе метрик обязательства становится ясно, что всего за неделю процентный риск такого безопасного актива, как государственная облигация способен принести значительные убытки владельцу риска. Максимальные потери (VaR) на 95-процентном доверительном интервале могут составить ~1,76% стоимости обязательства. MAE составляет 0,81% (для обязательства MAE – это среднее абсолютное изменение стоимости на горизонте ребалансировки).

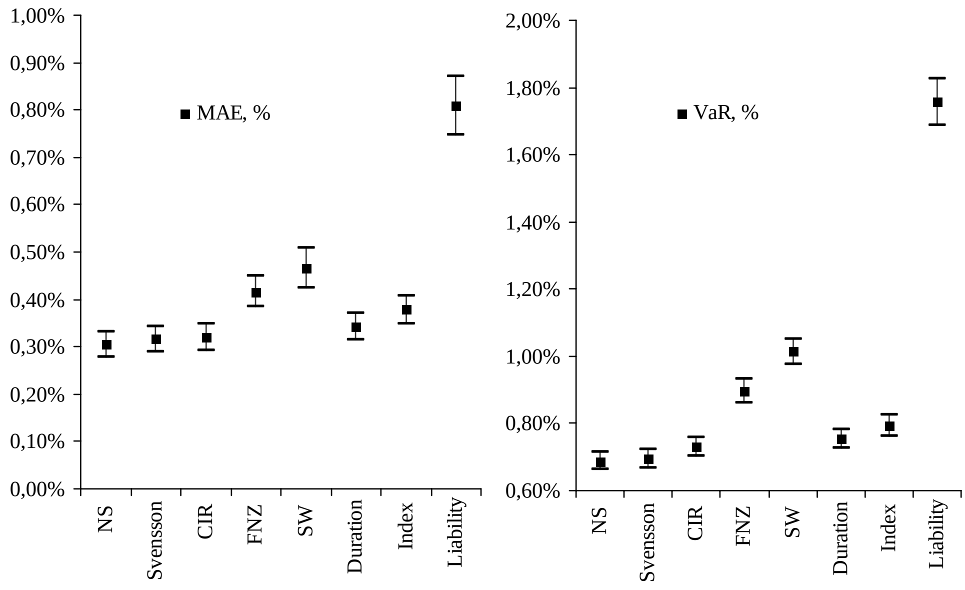

Рис. 4. Результаты еженедельной ребалансировки. MAE и VaR

На рисунке видим, что все стратегии и модели иммунизации оказались способны снизить процентный риск, из чего следует, что лучше предпринять любые действия по иммунизации обязательства, чем принимать этот риск. На основании полученных оценок VAR наиболее эффективными можно считать модель Нельсона – Зигеля и модель Свенссона, с VaR, равным 0,69% от стоимости обязательства. Такие модели позволяют сократить VaR на 61% относительно отсутствия иммунизирующего портфеля. Доверительные интервалы этих моделей не пересекаются с таковым у модели на основе дюраций, что говорит о статистически значимом преимуществе подобных моделей для иммунизации обязательства. Следом за ними идет модель Кокса – Ингерсолла – Росса, а также модель иммунизации, использующая дюрации. Наиболее слабые результаты показали модели Фишера – Нички – Зервоса и Смита – Вилсона, сократившие потери от реализации процентного риска менее чем на 50%.

Результаты парного теста Вилкоксона для MAE при иммунизации по всем моделям и стратегиям оказались статистически значимыми (см. Приложение), кроме модели Свенссона и модели CIR. Средняя абсолютная ошибка иммунизации для этих моделей составила 0,32%. При этом эти модели по качеству иммунизации оказались лучше, чем модель на основе дюраций (MAE – 0,34%), но хуже модели Нельсона – Зигеля (MAE – 0,305%) (рис. 4).

6. Заключение

При условии ежедневной ребалансировки иммунизирующего портфеля ни одна из моделей срочной структуры процентных ставок, использованная для задачи параметрической дюрации, не оказалась лучше иммунизации посредством дюраций. По мнению авторов исследования, причиной неудачи моделей ССПС в случае ежедневной ребалансировки может являться «зашумленность» данных. Кроме того, высокий результат иммунизации при помощи дюраций может быть объяснен как раз коротким периодом ребалансировки.

При условии еженедельной ребалансировки, модели Нельсона – Зигеля, Свенссона и Кокса – Ингорсолла – Росса в рамках задачи параметрической иммунизации дают лучшие результаты по сравнению с другими моделями и стратегиями. На протестированных данных иммунизация по таким моделям позволяет снизить процентный риск не менее чем на 60% относительно отсутствия иммунизирующего портфеля. Обнаруженное преимущество иммунизации на основе моделей ССПС по сравнению с иммунизацией на основе дюраций может быть полезно для практической работы финансовых институтов, осуществляющих управление долговыми обязательствами.

Также стоит отметить слабые результаты сплайновой модели и модели Смита – Вилсона, имеющих большее число параметров. Вопрос, который заслуживает отдельного исследования, выражается во влиянии количества параметров на качество нахождения весов при решении задачи иммунизации. Заметим, что наиболее точно попадающая в рыночные данные и имеющая количество параметров, равное количеству облигаций в иммунизирующем портфеле, модель Смита – Вилсона потерпела полное поражение относительно других моделей, что также подкрепляет нашу гипотезу о влиянии низкого качества данных. При этом модель Нельсона – Зигеля, ставшая «фаворитом» среди представленных моделей ССПС, может быть сведена до «усеченной» формы (26), в которой параметр β_2 полагается тождественно равным нулю. Таким образом, оптимальная модель ССПС для параметрической иммунизации имеет всего два параметра. По всей видимости, в этом и заключается дихотомия «точность – гладкость» при оценке ССПС: максимальная калибровка кривой бесккупонной доходности к рыночным данным приводит к ее излишней волатильности (вследствие влияния «шума» в данных), что в свою очередь снижает качество иммунизации.

Приложение

Таблица П1.

Тест Вилкоксона для MAE. Ежедневная ребалансировка

	CIR	Index portfolio	FNZ	Liability	Mod. duration	NS	Svensson
Index portfolio	1,000						
FNZ	0,000	0,000					
Liability	0,000	0,000	0,730				
Mod. duration	0,001	0,000	0,000	0,000			
NS	0,012	0,006	0,000	0,000	1,000		
Svensson	0,012	0,006	0,000	0,000	1,000	1,000	
SW	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Таблица П2.

Тест Вилкоксона для MAE. Ежедневная ребалансировка

	CIR	Index portfolio	FNZ	Liability	Mod. duration	NS	Svensson
Index portfolio	0,000						
FNZ	0,000	0,000					
Liability	0,000	0,000	0,000				
Mod. duration	0,016	0,000	0,000	0,000			
NS	0,027	0,000	0,000	0,000	0,000		
Svensson	0,579	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
SW	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

* *
*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Лапшин В.А., Терещенко М.Ю. Выбор модели срочной структуры процентных ставок на основе ее свойств // Корпоративные финансы. 2018. 16(2). С. 53–69.

Система управления процентным риском в крупнейших российских банках: Доклад для общественных консультаций. Банк России, апрель 2017 (https://www.cbr.ru/analytics/ppc/Consultation_Paper_170411.pdf)

Almeida C., Lund B. Immunization of Fixed-Income Portfolios Using an Exponential Parametric Model // Brazilian Review of Econometrics. 2014. 34(2). P. 155–201.

Babbel D. Duration and the Term Structure of Volatility / G.G. Kaufman, G.O. Bierwag, A. Toevs (eds.). Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization. London: JAI Press Inc, 1983. P. 239–265.

Bierwag G.O. Immunization, Duration, and the Term Structure of Interest Rates // Journal of Financial and Quantitative Analysis. 1977. 12(5). P. 725–742.

Bravo J.M. Parametric Interest Rate Risk Immunization // New Developments in Banking and Finance. New York: Nova Science Publishers, Inc, 2007. P. 35–64.

Bravo J., Fonseca J. Parametric Immunization in Bond Portfolio Management // Proceedings of the 9th AFE International Conference on Applied Financial Economic. 2012. P. 978–618.

Cooper I.A. Asset Values, Interest-rate Changes, and Duration // Journal of Financial and Quantitative Analysis. 1977. 12(5). P. 701–723.

Cox J.C., Ingersoll Jr.J.E., Ross S.A. Duration and the Measurement of Basis Risk // Journal of Business. 1979. P. 51–61.

Cox J.C., Ingersoll Jr.J.E., Ross S.A. An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices // Econometrica: Journal of the Econometric Society. 1985. P. 363–384.

Fisher L., Weil R.L. Coping with the Risk of Interest-rate Fluctuations: Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies // Journal of Business. 1971. 44(4). P. 408–431.

Fisher M., Nychka D., Zervos D. Fitting the Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines: Finance and Economics Discussion Series 95-1, Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.). 1995.

Ingersoll J.E., Skelton J., Weil R.L. Duration Forty Years Later // Journal of Financial and Quantitative Analysis. 1978. 13(4). P. 627–650.

Moraux F. How Valuable Is Your VaR? Large Sample Confidence Intervals for Normal VaR // Journal of Risk Management in Financial Institutions. 2011. 4(2). P. 189–200.

Nelson C.R., Siegel A.F. Parsimonious Modeling of Yield Curves // Journal of Business. 1987. 60(4). P. 473–489.

Svensson L.E.O. Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992–1994: CEPR Discussion Paper Series № 1051. 1994.

Smith A., Wilson T. Fitting Yield Curves with Long Term Constraints. Research Notes. Bacon and Woodrow, 2001.

Vasicek O. An Equilibrium Characterization of the Term Structure // Journal of Financial Economics. 1977. 5(2). P. 177–188.

Willner R. A New Tool for Portfolio Managers: Level, Slope, and Curvature Durations // Journal of Fixed Income. 1996. 6(1). P. 48–59.

Wu X. A New Stochastic Duration Based on the Vasicek and CIR Term Structure Theories // Journal of Business Finance & Accounting. 2000. 27(7–8). P. 911–932.

Bank for International Settlements. Zero-coupon Yield Curves: Technical Documentation. 2005 (https://www.bis.org/publ/bppdf/bispap25.pdf).

Basel Committee on Banking Supervision. Interest Rate Risk in the Banking Book (IRRBB). 2016 (https://www.bis.org/bcbs/publ/d368.htm)

Parametric Immunization of Interest Rate Risk via Term Structure Models

Sergei Beshenov[1], Victor Lapshin[2]

[1] National Research University Higher School of Economics,
26, Shabolovka st., Moscow, 119049, Russian Federation.
E-mail: beshenov.s@yandex.ru

[2] National Research University Higher School of Economics,
26, Shabolovka st., Moscow, 119049, Russian Federation.
E-mail: vlapshin@hse.ru

The paper considers the parametric hedging of non-parallel shifts in the yield curve. In order to determine capital requirements and stress testing, Basel committee recommends taking into account the risk of non-parallel interest rate shifts [Basel Committee on Banking Supervision, 2016]. As of April 2017, only one Russian bank took this risk into account in calculating interest rate risk, and one was developing a methodology [Central bank of Russia, 2017]. We use several term structure models for hedging non-parallel interest rate shifts. The study uses a 5-year span of Russian bond market data. We use VaR and MAE to assess the effectiveness of hedging approaches.

The novelty of the work lies in the application of different term structure models, most of which have not previously been used for parametric hedging. We also present an original methodology for assessing the effectiveness of hedging. For the first time a study is conducted on the Russian bond market.

Cross-validation shows that the Nelson – Siegel (and also its shortened version), Svensson and Cox – Ingersoll – Ross models within the parametric hedging problem give better results than the generally accepted Fisher – Weil duration model. The results of this work have practical significance for fixed income managers.

Key words: interest rate risk; parametric immunization; parametric hedging; term structure models; non-parallel yield curve shifts.

JEL Classification: JEL: E43, E47.

* *
*

References

Lapshin V.A., Tereshchenko M.Yu. (2018) Vybor modeli srochnoj struktury procentnyh stavok na osnove ee svojstv [The Choice of the Model of the Term Structure of Interest Rates on the Basis of its Properties]. *Korporativnye finansy*, 16(2), pp. 53–69.

Bank Rossii (2017). *Sistema upravleniya procentnym riskom v krupnejshih rossijskih bankah* [Interest Rate Risk Management System in the Largest Russian Banks]. Doklad dlya obshchestvennyh konsul'tacij. Available at: https://www.cbr.ru/analytics/ppc/Consultation_Paper_170411.pdf

Almeida C., Lund B. (2014) Immunization of Fixed-Income Portfolios Using an Exponential Parametric Model. *Brazilian Review of Econometrics*, 34(2), pp. 155–201.

Babbel D. (1983) Duration and the Term Structure of Volatility. *Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization* (eds. G.G. Kaufman, G.O. Bierwag, A. Toevs), London: JAI Press Inc, pp. 239–265.

Bierwag G.O. (1977) Immunization, Duration, and the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 12(5), pp. 725–742.

Bravo J.M. (2007) Parametric Interest Rate Risk Immunization. *New Developments in Banking and Finance*, New York: Nova Science Publishers, Inc, pp. 35–64.

Bravo J., Fonseca J. (2012) Parametric Immunization in Bond Portfolio Management. *Proceedings of the 9th AFE International Conference on Applied Financial Economic*, pp. 978–618.

Cooper I.A. (1977) Asset Values, Interest-rate Changes, and Duration. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 12(5), pp. 701–723.

Cox J.C., Ingersoll Jr.J.E., Ross S.A. (1979) Duration and the Measurement of Basis Risk. *Journal of Business*, pp. 51–61.

Cox J.C., Ingersoll Jr.J.E., Ross S.A. (1985) An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 363–384.

Fisher L., Weil R.L. (1971) Coping with the Risk of Interest-rate Fluctuations: Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies. *Journal of Business*, 44(4), pp. 408–431.

Fisher M., Nychka D., Zervos D. (1995) *Fitting the Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines*. Finance and Economics Discussion Series 95-1, Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.).

Ingersoll J.E., Skelton J., Weil R.L. (1978) Duration Forty Years Later. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13(4), pp. 627–650.

Moraux F. (2011) How Valuable Is Your VaR? Large Sample Confidence Intervals for Normal VaR. *Journal of Risk Management in Financial Institutions*, 4(2), pp. 189–200.

Nelson C.R., Siegel A.F. (1987) Parsimonious Modeling of Yield Curves. *Journal of Business*, 60(4), pp. 473–489.

Svensson L.E.O. (1994) *Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992–1994*. CEPR Discussion Paper Series no 1051.

Smith A., Wilson T. (2001) *Fitting Yield Curves with Long Term Constraints*. Research Notes, Bacon and Woodrow.

Vasicek O. (1977) An Equilibrium Characterization of the Term Structure. Journal *of Financial Economics*, 5(2), pp. 177–188.

Willner R. (1996) A New Tool for Portfolio Managers: Level, Slope, and Curvature Durations. *Journal of Fixed Income*, 6(1), pp. 48–59.

Wu X. (2000) A New Stochastic Duration Based on the Vasicek and CIR Term Structure Theories. *Journal of Business Finance & Accounting*, 27(7–8), pp. 911–932.

Bank for International Settlements (2005) *Zero-coupon Yield Curves*. Technical Documentation. Available at: https://www.bis.org/publ/bppdf/bispap25.pdf

Basel Committee on Banking Supervision (2016) *Interest Rate Risk in the Banking Book (IRRBB)*. Available at: https://www.bis.org/bcbs/publ/d368.htm