

УДК 338.12

## Финансовые фрикции в DSGE-модели российской экономики<sup>1</sup>

Елкина М.А.

В статье исследуется вопрос о необходимости учета финансовых фрикций в модели российской экономики. Для этого базовая двухсекторная модель малой открытой экономики сравнивается с аналогичной моделью с финансовым акселератором и аналогичной моделью с агентской проблемой между банками и владельцами депозитов. На примере откалиброванных версий моделей раскрывается разница в трансмиссии макроэкономических шоков в моделях с различными предпосылками об особенностях финансового рынка. Так, отклик инвестиций и, как следствие, других переменных зависит от реакции премии за риск на шок. В модели с финансовым акселератором величина премии зависит от динамики собственных средств и долгового плеча владельцев капитала, а в модели с агентской проблемой – от финансового состояния банкиров. В результате реакция премии за риск на конкретный шок в этих двух моделях может быть как сонаправленной, так и разнонаправленной. Оценка трех моделей на данных по восьми основным макроэкономическим показателям говорит в пользу использования базовой версии модели, хотя с точки зрения метрики качества разница между базовой моделью и моделью с финансовым акселератором не так велика. При оценке двух моделей с финансовыми фрикциями на расширенном перечне данных, куда включаются данные по премии за риск, предпочтительной оказывается модель с финансовым акселератором. Функции импульсного отклика оцененных моделей говорят о том, что учет финансовых фрикций может существенно корректировать наше представление о трансмиссии шоков. Так, отсутствие учета финансового акселератора может приводить к недооценке положительного отклика выпуска на шок госпотребления и недооценке масштаба реакции переменных на монетарные шоки. Также шоки, связанные с финансовым сектором, играют хоть и не доминирующую, но заметную роль в описании динамики выпуска и других переменных в прошлом. Мы заключаем, что для оптимальных решений по экономической политике стоит использовать комбинацию, куда входят базовая модель и модель с финансовым акселератором.

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-18-00482, <https://rscf.ru/project/21-18-00482/>

**Елкина Мария Андреевна** – научный сотрудник Центра макроэкономических исследований Научно-исследовательского финансового института. E-mail: [elkina@nifi.ru](mailto:elkina@nifi.ru)

Статья поступила: 09.12.2022/Статья принята: 30.03.2023.

**Ключевые слова:** финансовые фрикции; финансовый акселератор; асимметрия информации; агентская проблема; модель общего равновесия; байесовское оценивание.

**DOI:** 10.17323/1813-8691-2023-27-2-159-195

**Для цитирования:** Елкина М.А. Финансовые фрикции в DSGE-модели российской экономики. *Экономический журнал ВШЭ*. 2023; 27(2): 159–195.

**For citation:** Elkina M.A. Financial Frictions in a DSGE Model of Russian Economy. *HSE Economic Journal*. 2023; 27(2): 159–195. (In Russ.)

## 1. Введение

Мировой финансовый кризис привел к переосмыслению роли финансового сектора в экономике и актуализировал разработку подходов к учету особенностей финансового рынка в моделях, используемых для анализа экономики и прогнозирования ее динамики.

DSGE-модели не стали исключением, и на сегодняшний день существуют различные подходы к описанию финансового сектора в DSGE-моделях. Наиболее популярными можно признать три подхода. Пожалуй, самым распространенным подходом является включение в модель механизма финансового акселератора, предложенного в работе [Bernanke, Gertler, Gilchrist, 1999]. Этот подход подразумевает существование в экономике предпринимателей, подверженных идиосинкратическому риску и выступающих в роли заемщиков, и наличие проблемы асимметрии информации между предпринимателями и финансовыми посредниками.

Второй популярный подход основан на исследовании [Gertler, Kiyotaki, Queralto, 2012] или других версиях этой модели. В рамках нее предполагается существование агентской проблемы между банками и домохозяйствами, которые вкладывают свои свободные средства в банковские депозиты. Банкиры могут предпочесть скрыться с частью активов, из-за чего домохозяйства должны быть осторожны в своих инвестиционных решениях и, как следствие, возникает премия за риск. Третий подход подразумевает существование залоговых ограничений (collateral constraints), как, например, в работе [Iacoviello, 2005].

С одной стороны, модели с финансовыми фрикциями обладают более богатой динамикой и заложенные в них механизмы отражают важные особенности реальной экономики. С другой стороны, их сложность может делать их менее стабильными. Как следствие, возникает важный вопрос – стоит ли включать финансовые фрикции в модели, которые используются для анализа экономики лицами, ответственными за проводимую экономическую политику, и исследователями в целом. Более того, необходимо понимать, какой подход к описанию финансовых фрикций является наиболее целесообразным.

Этот вопрос активно изучался авторами статей, посвященных развитым экономикам. В целом, они заключают, что включение в модель финансовых фрикций позволяет ей лучше объяснять наблюдаемые в данных процессы. Мерола [Merola, 2015] приходит к этому выводу в случае США, отмечая, что шоки премии за риск играют существенную роль в объяснении динамики выпуска. К схожим выводам приходят авторы работ [Doojav, Kalirajan, 2020] в случае Австралии, [Queijo, von Heideken, 2009] в случае ЕС, [Buss, 2016] в случае Латвии. Габриел, Левин, Янг [Gabriel, Levine, Yang, 2016] рассматривают экономику

Индии и также заключают, что добавление финансового акселератора улучшает соответствие модели данным (хотя одновременно с финансовым акселератором они вводят в модель долларизацию). В то же время, например, в работе [Suh, Walker, 2016] утверждается, что модель с финансовым акселератором лишь незначительно лучше описывает спад выпуска США во время финансового кризиса, а роль самого механизма финансового акселератора весьма ограничена.

Исследователи [Kolasa, Rubaszek, 2015] с другой стороны исследуют вопрос о том, насколько важно учитывать в моделях финансовые фрикции. Они анализируют прогнозные свойства различных моделей. Согласно выводам авторов, в среднем учет в модели финансовых фрикций ухудшает точность прогнозов модели, но приводит к большей точности во время финансового кризиса. Авторы работы [Del Negro, Hasegawa, Schorfheide, 2016] приходят к аналогичному выводу. Они заключают, что для оптимального качества прогноза следует усреднять прогнозы разных моделей. Дик и др. [Deak et al., 2019] рассматривают несколько альтернативных подходов к комбинированию прогнозов моделей с различными предпосылками о финансовом рынке и заключают, что оптимальные веса моделей в различных подходах могут существенно различаться. В целом, все рассмотренные модели примерно в равной степени важны для получения оптимального прогноза.

Анализ важности учета финансовых фрикций в DSGE-моделях российской экономики более ограничен. Крепцев, Селезнев (2017) разрабатывают модель с банковским сектором, предполагая существование механизма финансового акселератора, и оценивают модель на российских данных. Оказывается, что для некоторых переменных и некоторых горизонтов прогноза модель с финансовым акселератором позволяет получить более точные прогнозы, чем базовая, однако не менее часто наблюдается и обратная ситуация. Также авторы заключают, что роль шоков финансового сектора в российской экономике в 2006–2016 гг. была ограничена.

Другой важной работой является статья [Андреев, Полбин, 2019], где механизм финансового акселератора исследуется в DSGE-модели экспортно-ориентированной экономики. Авторы не оценивают модель, а задаются вопросом о том, как наличие финансовых фрикций сказывается на трансмиссии различных макроэкономических шоков. Оказывается, что механизм финансового акселератора может как ослаблять, так и усиливать шоки. Наконец, отметим модель российской экономики, предложенную в работе [Ивашенко, 2013], с достаточно оригинальным подходом к описанию особенностей финансового рынка. Автор предполагает, что фирмы могут выбирать долю долга, по которой они объявляют дефолт. Полученные результаты демонстрируют более высокую прогнозную силу модели с финансовым сектором.

Представляется, что вопрос важности учета финансовых фрикций и выбора подхода к их учету в случае российской экономики исследован недостаточно. Так, если модели с финансовыми фрикциями обладают преимуществами только во время кризисов, схожих с мировым финансовым кризисом, то на исторических данных мы можем не увидеть преимущества такого рода моделей в случае российской экономики. Для российской экономики кризис 2009 г. был скорее вызван ухудшением состояния экономик торговых партнеров. Одновременно с этим финансовые фрикции могут оказаться более важным фактором для динамики развивающегося рынка. Более того, хотя модель финансового акселератора является наиболее популярной в литературе, стоит рассмотреть и другие подходы к описанию несовершенств финансового рынка в случае российской экономики.

В данной статье ставится цель оценить важность роли финансовых фрикций в российской экономике и сделать вывод об оптимальном подходе к их описанию. Для этого мы разрабатываем три модели с различными предпосылками о финансовом секторе. Откалиброванные версии моделей сравниваются для того, чтобы проанализировать разницу в трансмиссии шоков и сделать вывод о том, как понимание динамики экономики будет различаться у пользователей альтернативных моделей. Затем модели оцениваются на российских данных, что позволяет нам заключить, какая из моделей лучше всего описывает происходящие в российской экономике процессы, и сформировать рекомендацию относительно включения финансовых фрикций в модели российской экономики.

## 2. Формулировка модели

В статье сравниваются три версии модели российской экономики: базовая новокейнсианская модель без финансовых фрикций (базовая модель); модель с финансовым акселератором, в рамках которой финансовые фрикции вводятся по аналогии с [Bernanke, Gertler, Gilchrist, 1999] (BGG-модель); модель с асимметрией информации между банковским сектором и вкладчиками, в которой финансовые фрикции вводятся по аналогии с [Gertler, Kiyotaki, Queralto, 2012] (GKQ-модель).

В данном разделе мы сначала опишем базовую модель, которая по своей общей структуре схожа с DSGE-моделью российской экономики из работы [Шульгин, 2014]. Мы моделируем российскую экономику как двухсекторную малую открытую экономику, основными агентами в которой являются домохозяйства, производители промежуточных товаров и ритейлеры, производители капитала, банки, государство и центральный банк.

Далее будут описаны два расширения этой базовой новокейнсианской модели, которые предполагают упомянутые альтернативные подходы к моделированию финансовых фрикций.

### 2.1. Производство товаров

#### 2.1.1. Производители промежуточных товаров

В экономике существуют производители промежуточных товаров двух типов: торгуемых и неторгуемых. Торгуемые товары производятся с помощью услуг капитала  $K_{T,t}^S$  и труда  $L_{T,t}$  в соответствии со следующей производственной функцией:

$$(1) \quad Y_{T,t} = e^{\eta_t^A} (K_{T,t}^S)^{\alpha_T} (X_t L_{T,t})^{1-\alpha_T},$$

где  $X_t$  – это нестационарный процесс, задающий рост производительности труда в экономике. Предполагается, что каждый квартал производительность труда увеличивается в соответствии с темпом роста  $\bar{x}$ . Этот темп роста задает траекторию сбалансированного роста. Отклонения от траектории сбалансированного роста обусловлены различными макроэкономическими шоками, в том числе шоками производительности  $\varepsilon_t^A$ :

$$(2) \quad \eta_t^A = \rho^A \eta_{t-1}^A + \varepsilon_t^A, \quad \varepsilon_t^A \sim N(0, \sigma_A^2).$$

Производители торгуемых товаров покупают услуги капитала и труда на совершенном конкурентном рынке. Услуги капитала оплачиваются по ставке  $\tilde{R}_{T,t}^K$ , а услуги труда – по ставке  $W_{T,t}$ . Затем гомогенная продукция продается ритейлерам торгуемого товара.

Решив задачу минимизации издержек, можем получить выражение для предельных издержек  $MC_{T,t}$  (которые также равны средним издержкам). Так как товары продаются на рынке совершенной конкуренции, цена продажи равна предельным издержкам.

Задача производителей неторгуемого товара выглядит аналогичным образом, однако в их случае переменные и параметры имеют индекс  $NT$  вместо индекса  $T$ .

### 2.1.2. Ритейлеры

Континуум ритейлеров продает дифференцированные торгуемые товары, которые без дополнительных издержек производятся из купленных у производителей гомогенных товаров. Дифференцированные товары продаются на рынке монополистической конкуренции, а спрос на торгуемые товары  $i$ -го ритейлера может быть записан следующим образом:

$$(3) \quad Y_{T,t}^i = \left( \frac{P_{T,t}^i}{P_{T,t}} \right)^{-\zeta_t^T} Y_{T,t}, \quad \zeta_t^T = \zeta^T e^{\eta_t^T},$$

где  $P_{T,t}^i/P_{T,t}$  – отношение цены  $i$ -го ритейлера к среднему уровню цен на торгуемые товары;  $\zeta_t^T$  – эластичность спроса по цене;  $Y_{T,t}$  – общий спрос на все торгуемые товары;  $\eta_t^T$  – AR(1)-процесс, который задает динамику эластичности спроса по цене, складывающуюся в результате реализации шоков наценок ритейлеров  $\varepsilon_t^T$ .

В модели предполагается существование издержек подстройки цен по Ротембергу:

$$(4) \quad \Psi^T \left( \frac{P_{T,t}^i}{P_{T,t-1}^i} \right) = \frac{\Psi^T}{2} \left( \frac{P_{T,t}^i}{P_{T,t-1}^i (1 + \pi_{t-1})^{\gamma^T}} - 1 \right)^2,$$

где  $\pi_{t-1}$  – инфляция в прошлом квартале;  $\pi$  – ее долгосрочный уровень.

Ритейлер максимизирует ожидаемую приведенную стоимость своих доходов:

$$(5) \quad \max_{P_{T,t}^i} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \lambda_{BC,t+s} \left[ (1 - \tau^K) \cdot (P_{T,t+s}^i - MC_{T,t+s}) \cdot \left( \frac{P_{T,t+s}^i}{P_{T,t+s}} \right)^{-\zeta_{t+s}^T} Y_{T,t+s} - \Psi^T \left( \frac{P_{T,t+s}^i}{P_{T,t+s-1}^i} \right) P_{t+s} Y_{t+s} \right] \right\},$$

где  $\beta$  – фактор дисконтирования домохозяйств;  $\lambda_{BC,t}$  – множитель Лагранжа из задачи домохозяйств, который соответствует их бюджетному ограничению;  $\tau^K$  – ставка налога на капитал.

Решение задачи ритейлеров торгуемых товаров задает динамику цен на соответствующие товары. Всю полученную прибыль ритейлеры направляют домохозяйствам:

$$(6) \quad Div_t^T = (1 - \tau^K) \cdot (P_{T,t} - MC_{T,t}) Y_{T,t} - \frac{\Psi^T}{2} \left( \frac{1 + \pi_{T,t-1}}{(1 + \pi_{t-1})^{\gamma^T} (1 + \pi)^{1 - \gamma^T}} - 1 \right)^2 P_t Y_t.$$

Что касается суммарного спроса на торгуемые товары  $Y_{T,t}$ , то он формируется на основе спроса со стороны домашней экономики  $Y_{T,t}^{fin}$  (его предъявляет агрегатор конечных товаров) и спроса со стороны внешнего сектора  $Y_{T,t}^{ex}$ .

Задача ритейлеров неторгуемых товаров записывается аналогичным образом, однако в их случае индекс  $T$  заменяется на  $NT$ . Заметим, что наценки ритейлеров в неторгуемом секторе подвержены шокам, влияние которых на величину наценки задается AR(1)-процессом  $\eta_t^{NT}$ . Кроме того, спрос на товары неторгуемого сектора предъявляет только домашняя экономика.

### 2.1.3. Импортёры

Импортёры закупают на зарубежном рынке гомогенную продукцию по цене  $P_t^*$ , после чего без дополнительных издержек трансформируют ее в дифференцированный товар. Задача по максимизации прибыли импортёров схожа с задачей ритейлеров и может быть записана следующим образом:

$$(7) \quad \max_{P_{IM,t}^*} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \lambda_{BC,t+s} \left[ (1 - \tau^K) \cdot (P_{IM,t+s}^i - S_{t+s} P_{t+s}^*) \cdot \left( \frac{P_{IM,t+s}^i}{P_{IM,t+s}} \right)^{-\zeta^{IM}} Y_{M,t+s} - \Psi^{IM} \left( \frac{P_{IM,t+s}^i}{P_{IM,t+s-1}^i} \right) P_{t+s} Y_{t+s} \right] \right\},$$

где  $S_t$  – курс национальной валюты, а другие переменные аналогичны введенным ранее переменным из задачи ритейлеров торгуемых товаров. Дивиденды импортёров в каждом периоде направляются домохозяйствам.

### 2.1.4. Агрегатор конечной продукции

Конечная продукция производится агрегатором из купленных промежуточных торгуемых и неторгуемых товаров, а также из импортных товаров:

$$(8) \quad Y_t^{fin} = (Y_{T,t}^{fin})^{\nu_T} (Y_{NT,t})^{\nu_{NT}} (Y_{IM,t})^{1 - \nu_T - \nu_{NT}}.$$

Параметры  $\nu_T$  и  $\nu_{NT}$  соответствуют доле торгуемого и неторгуемого товаров в конечном товаре соответственно. Конечная продукция продается на совершенно конкурент-

ном рынке по цене  $P_t$  и направляется на потребление домашних хозяйств  $C_t$ , государственное потребление  $G_t$  и инвестиции  $I_t$ .

## 2.2. Домохозяйства

Домохозяйства решают следующую задачу:

$$(9) \quad \max_{C_t^i, L_{T,t}^i, L_{NT,t}^i, W_{T,t}^i, W_{NT,t}^i, D_t^i, B_{F,t}^i} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left[ \frac{1}{1-\Omega_C} \left( \frac{C_{t+s}^i - \theta e^{\bar{x}} C_{t+s-1}^a}{X_{t+s}} \right)^{1-\Omega_C} - \chi \frac{(L_{T,t+s}^i + L_{NT,t+s}^i)^{1+\Omega_L}}{1+\Omega_L} \right] \right\}$$

$$s.t. (1+\tau^C)P_t C_t^i + D_t^i + R_{F,t-1} S_t B_{F,t-1}^i \leq (1-\tau^W)W_{T,t}^i L_{T,t}^i - \Psi^{W,T} \left( \frac{W_{T,t}^i}{W_{T,t-1}^i} \right) W_t L_t +$$

$$+ (1-\tau^W)W_{NT,t}^i L_{NT,t}^i - \Psi^{W,NT} \left( \frac{W_{NT,t}^i}{W_{NT,t-1}^i} \right) W_t L_t + Div_t^i + Tr_t^i + R_{t-1} D_{t-1}^i + S_t B_{F,t}^i,$$

$$L_{k,t}^i \leq \left( \frac{W_{k,t}^i}{W_{k,t-1}^i} \right)^{-\zeta_{L,k}^i} L_{k,t}^i, k \in \{T, NT\}.$$

Домохозяйство  $i$  максимизирует полезность, на которую влияет количество потребляемого товара  $C_t^i$  и количество предоставляемых услуг труда  $L_{T,t}^i$  и  $L_{NT,t}^i$ . Полезность максимизируется при условии бюджетного ограничения и спроса фирм на два вида труда. Спрос сектора  $k$  на услуги труда домохозяйства  $i$  зависит от двух факторов: общего спроса сектора  $k$  на услуги труда  $L_{k,t}^i$  и соотношения между желаемой зарплатой домохозяйства  $i$  и общим уровнем заработных плат в секторе  $W_{k,t}^i$ . Эластичность спроса на труд обозначается как  $\zeta_{L,k}^i$ .

Предполагается, что домохозяйства обладают некоторой монополистической силой в отношении предложения дифференцированных услуг труда, поэтому заработная плата является одной из переменных, по которым осуществляется максимизация полезности. При этом изменение заработной платы связано с издержками подстройки, которые задаются следующей функцией:

$$(10) \quad \Psi^{W,k} \left( \frac{W_{k,t}^i}{W_{k,t-1}^i} \right) = \frac{\Psi^{W,k}}{2} \left( \frac{W_{k,t}^i}{e^{\bar{x}} W_{k,t-1}^i (1+\pi_{t-1})^{\gamma^{W,k}} (1+\pi)^{1-\gamma^{W,k}}} - 1 \right)^2.$$

Иными словами, если темп роста заработной платы отличается от темпа роста, складывающегося из долгосрочного темпа роста экономики  $\bar{x}$  и средневзвешенного из инфляции прошлого периода и долгосрочной инфляции, то это сопряжено с потерей домохозяйствами части своего благосостояния. Заметим, что с трудового дохода домохозяйств

взимается налог по ставке  $\tau^W$ . Помимо трудового дохода домохозяйства получают дивиденды от фирм, владельцами которых являются,  $Div_t^i$  и трансферты от государства  $Tr_t^i$ .

Домохозяйства покупают потребительские товары по цене  $(1+\tau^C)P_t$ , где  $\tau^C$  – это ставка налога на потребление. Свободные денежные средства домохозяйства инвестируют в банковские депозиты  $D_t^i$  под номинальную ставку  $R_t$ . Также домохозяйства имеют доступ к международному рынку капитала, на котором привлекают долг в иностранной валюте  $B_{F,t}^i$  по ставке  $R_{F,t}$ .

### 2.3. Производители капитала

В экономике существуют два вида производителей капитала: первые производят капитал для торгуемого сектора, а вторые – для неторгуемого. Далее мы опишем задачу производителя капитала торгуемого сектора, для неторгуемого она выглядит аналогично.

Запас капитала формируется следующим образом:

$$(11) \quad K_{T,t} = (1-\delta)\psi_t K_{T,t-1} + e^{\eta_t^{\text{MEI}}} \left( 1 - \Psi^{I,T} \left( \frac{I_{T,t}}{I_{T,t-1}} \right) \right) I_{T,t},$$

$$(12) \quad \Psi^{I,T} \left( \frac{I_{T,t}}{I_{T,t-1}} \right) = \frac{\Psi^{I,T}}{2} \left( \frac{I_{T,t}}{e^{\bar{x}} I_{T,t-1}} - 1 \right)^2,$$

где  $\delta$  – норма амортизации капитала;  $\psi_t$  – процесс, отражающий изменение качества капитала;  $I_{T,t}$  – инвестиции в капитал торгуемого сектора;  $\Psi^T(\cdot)$  – издержки подстройки инвестиций;  $\eta_t^{\text{MEI}}$  – AR(1)-процесс, отражающий изменение предельной эффективности инвестиций вследствие соответствующих шоков. Заметим, что шоки качества капитала и предельной эффективности инвестиций одинаково влияют и на капитал в торгуемом, и на капитал в неторгуемом секторах.

В то время как шоки предельной эффективности инвестиций являются стандартными для DSGE-литературы, шоки качества капитала – это специфичные шоки, характерные для GKQ-модели. Они реализуются уже после покупки капитала и влияют на ту доходность, которую получает его владелец. Более подробно этот тип шока будет описан в разделе, посвященном GKQ-модели. В базовой модели и BGG-модели будем считать, что  $\psi_t$  всегда равно единице. Тем не менее для удобства дальнейшего изложения необходимо ввести эту переменную сразу.

Прибыль производителя капитала складывается из разницы между доходом от продажи капитала и двумя типами расходов: на покупку «отработавшего» капитала у его владельцев и на инвестиции в его обновление. Производитель капитала максимизирует приведенную стоимость потока прибыли при введенном выше условии формирования капитала:



$$(13) \quad \max_{I_{T,t}, K_{T,t}} \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \lambda_{BC,t+s} \left[ Q_{T,t+s} K_{T,t+s} - Q_{T,t+s} (1-\delta) \psi_{t+s} K_{T,t+s-1} - P_{t+s} I_{t+s} \right] \right\}$$

$$s.t. K_{T,t} = (1-\delta) \psi_t K_{T,t-1} + e^{\eta_t^{MEI}} \left( 1 - \Psi^{I,T} \left( \frac{I_{T,t}}{I_{T,t-1}} \right) \right) I_{T,t}.$$

Прибыль производителей капитала направляется домохозяйствам в виде дивидендов.

#### 2.4. Банковский сектор

В базовой модели задача банков заключается в инвестировании привлеченных у домохозяйств депозитов в три вида активов: государственные облигации  $B_{G,t}$ , капитал торгуемого сектора и капитал неторгуемого сектора (именно банки в базовой модели являются владельцами капитала, покупая его у производителей капитала).

Банк максимизирует свою ожидаемую прибыль при условии балансового ограничения, причем фактически его задачу можно считать однопериодной:

$$(14) \quad \max_{K_{T,t}, K_{NT,t}, B_{G,t}, D_t} \mathbb{E}_t \left\{ \beta \lambda_{BC,t+1} \left[ R_{T,t+1}^K Q_{T,t} K_{T,t} + R_{NT,t+1}^K Q_{NT,t} K_{NT,t} + R_{G,t} B_{G,t} - R_t D_t \right] \right\}$$

$$s.t. Q_{T,t} K_{T,t} + Q_{NT,t} K_{NT,t} + B_{G,t} = D_t.$$

Вся прибыль банков направляется домохозяйствам. В соответствии с условиями первого порядка безрисковая доходность по депозитам должна быть равна безрисковой доходности государственных облигаций, а требуемая доходность капитала задается следующим соотношением:

$$(15) \quad \mathbb{E}_t \left\{ \beta \lambda_{BC,t+1} \left[ R_{k,t+1}^K - R_t \right] \right\} = 0, m \in \{T, NT\}.$$

При этом доходность капитала может быть рассчитана как

$$(16) \quad R_{m,t}^K = \frac{\left[ (1-\tau^K) \tilde{R}_{m,t}^K u_{m,t} + \tau^K \delta Q_{m,t-1} - \Psi^{U,m}(u_{m,t}) P_t + (1-\delta) Q_{m,t} \right] \psi_t K_{m,t-1}}{Q_{m,t-1} K_{m,t-1}}, m \in \{T, NT\}.$$

Как было отмечено ранее, доходность капитала зависит от реализации шока качества капитала. Если шок оказывается положительным, то эффективное количество капитала  $\psi_t K_{m,t-1}$  превышает изначально купленное количество и доходность капитала увеличивается пропорционально реализации шока.

Доходность на единицу эффективного капитала складывается из нескольких компонентов. Прежде всего, от производителей промежуточного товара банки получают плату за услуги капитала  $(1-\tau^K) \tilde{R}_{m,t}^K u_{m,t}$ , где  $u_{m,t}$  отражает интенсивность использования

капитала. Этот доход облагается налогом на капитал, однако одновременно с этим банки получают вычет в связи с амортизацией капитала в размере  $\tau_t^K \delta Q_{m,t-1}$ . Кроме того, банки несут издержки использования капитала. Более интенсивное использование капитала связано со следующими затратами:

$$(17) \quad \Psi^{U,m}(u_{m,t}) = 0,5b_0 b_{U,m} (u_{m,t})^2 + b_0 (1 - b_{U,m}) u_{m,t} + b_0 (0,5b_{U,m} - 1),$$

где  $b_{U,m}$  – параметр, влияющий на скорость, с которой растут предельные издержки использования капитала при увеличении интенсивности его использования, а  $b_0$  – параметр, за счет которого обеспечивается то, что на траектории сбалансированного роста интенсивность использования капитала равна единице.

Наконец, последний элемент, влияющий на доходность капитала, – это доход от его продажи в конце периода  $(1 - \delta)Q_{m,t}$  (с учетом амортизации).

## 2.5. Внешний сектор

Зарубежная экономика предъявляет спрос на продукцию торгуемого сектора, а также предоставляет домохозяйствам кредиты в иностранной валюте. Спрос на экспортный товар домашней экономики со стороны внешнего сектора задается следующим образом:

$$(18) \quad Y_{T,t}^{ex} = \left( \frac{P_{T,t} / S_t}{P_t^*} \right)^{-\zeta^{ex}} Y_t^*, Y_t^* = (Y_{t-1}^*)^{\rho^*} (\bar{Y}_t^*)^{1-\rho^*} e^{\varepsilon_t^*}, \varepsilon_t^* \sim N(0, \sigma_*^2),$$

где  $\zeta^{ex}$  – эластичность зарубежного спроса по цене;  $Y_t^*$  – величина зарубежного спроса при условии равенства цен торгуемого товара домашней экономики и товара зарубежной экономики;  $\bar{Y}_t^*$  – величина этого спроса на траектории сбалансированного роста;  $\varepsilon_t^*$  – шоки зарубежного спроса.

Требуемая зарубежными инвесторами доходность по долгу домашних хозяйств зависит от доходности в зарубежной экономике  $R^*$  и страновой премии за риск  $crp_t$ :

$$(19) \quad R_{F,t} = R^* \cdot crp_t, crp_t = (crp_{t-1})^{\rho^{crp}} \left( \frac{S_t B_{F,t} / GDP_t^{-\omega^F}}{crp \cdot e^{\psi^{crp}}} \right)^{1-\rho^{crp}} \varepsilon_t^{crp},$$

где  $\varepsilon_t^{crp}$  – шоки страновой премии за риск, а  $crp$  – страновая премия за риск в долгосрочном равновесии, когда отношение зарубежного долга домашних хозяйств к ВВП равно  $\omega^F$ . Если отношение зарубежного долга к ВВП превышает свой долгосрочный уровень, то страновая премия за риск растет в соответствии с коэффициентом реакции  $\psi^{crp}$ .

Платежный баланс экономики может быть записан как

$$(1) \quad B_{F,t}S_t - R_{F,t-1}B_{F,t-1}S_t = S_t P_t^* Y_{M,t} - P_{T,t} Y_{T,t}^{ex}.$$

## 2.6. Государство и центральный банк

Государство взимает налоги на трудовой доход, на доход от капитала и на потребление. Расходы складываются из трансфертов домохозяйствам и государственного потребления. Разница между расходами и доходами финансируется за счет государственного долга. Бюджетное ограничение государства может быть представлено следующим образом:

$$(21) \quad \tau^C P_t C_t + \tau^W W_t L_t + \tau^K \Pi_t + B_{G,t} = P_t G_t + Tr_t + R_{G,t-1} B_{G,t-1},$$

где  $L_t$  – суммарные услуги труда в двух отраслях экономики;  $W_t$  – средняя заработная плата в экономике;  $\Pi_t$  – сумма дохода от капитала и прибыли ритейлеров и импортеров.

Бюджетные правила, определяющие динамику государственного потребления и трансфертов, записывается как

$$(22) \quad G_t = \left( e^{\bar{x}} G_{t-1} \right)^{\rho^G} \left( \frac{B_{G,t}}{\overline{G}_t \frac{GDP_t}{\omega^{debt}}} \right)^{-\gamma^G} e^{\varepsilon_t^G}, \quad \varepsilon_t^G \sim N(0, \sigma_G^2),$$

$$(23) \quad Tr_t = \left( e^{\bar{x}} Tr_{t-1} \right)^{\rho^{Tr}} \left( \frac{B_{G,t}}{\overline{Tr}_t \frac{GDP_t}{\omega^{debt}}} \right)^{-\gamma^{Tr}}.$$

На траектории сбалансированного роста государственное потребление и трансферты растут в соответствии с темпом роста экономики. Если отношение государственного долга к ВВП превышает свой долгосрочный уровень, то государство реагирует на это снижением потребления или трансфертов. При этом государство может прибегать к стимулированию экономики за счет положительных шоков государственного потребления  $\varepsilon_t^G$  (или наоборот).

Монетарную политику в экономике реализует центральный банк, управляя ключевой ставкой:

$$(24) \quad \frac{R_{CB,t}}{R_{CB}} = \left( \frac{R_{CB,t-1}}{R_{CB}} \right)^{\rho^M} \left( \frac{\left[ \sqrt[4]{\mathbb{E}_t \prod_{s=0}^3 (1 + \pi_{t+s})} \right]^{\gamma^*}}{1 + \pi} \right)^{\gamma^*} \cdot \left[ \frac{GDP_t}{GDP_t} \right]^{\gamma^*} \cdot \left[ \frac{GDP_t}{GDP_t} - \frac{GDP_{t-1}}{GDP_{t-1}} \right]^{\gamma^{GT}} \cdot \left[ \frac{S_t / S_{t-1}}{(1 + \pi_t) / (1 + \pi_t^*)} \right]^{\gamma^{ex}} e^{\varepsilon_t^M}.$$

$R_{CB}$  соответствует значению ключевой ставки на траектории сбалансированного роста. В случае, если ожидаемая годовая инфляция отклоняется от своего долгосрочного уровня или ВВП отклоняется от уровня, соответствующего траектории сбалансированного роста,  $\overline{GDP}_t$ , центральный банк изменяет ключевую ставку, чтобы вернуть экономику к долгосрочной траектории. Центральный банк также стремится сгладить колебания ВВП во времени и отклонения реального валютного курса от своего долгосрочного уровня. Кроме того, центральный банк может прибегать к шокам монетарной политики, которые задаются в модели величиной  $\varepsilon_t^M$ .

### 2.7. GKQ-модель с агентской проблемой между банками и вкладчиками

При переходе к GKQ-модели основное изменение затрагивает банковский сектор. В данной версии модели банковский сектор представлен континуумом банкиров. Каждый период  $(1 - \gamma^B)$  банкиров «уходят из бизнеса», а их богатство направляется домохозяйствам. В то же время каждый период из числа домохозяйств формируется некоторое количество новых банкиров так, чтобы общее количество банкиров осталось неизменным. Новые банкиры получают от домохозяйств стартовый капитал в размере  $F_t^B$ . Величина стартового капитала привязана к доходу от капитала в определенный момент времени:

$$(25) \quad F_t^B = \xi_B \left( R_{T,t}^K Q_{T,t-1} K_{T,t-1} + R_{NT,t}^K Q_{NT,t-1} K_{NT,t-1} \right).$$

Средства, которые каждый банкир может инвестировать, складываются из трех источников: собственных средств самого банкира  $N_t^{B,i}$ , привлеченных у домохозяйств депозитов  $D_t^i$  и акционерного капитала  $Q_{E,t} E_t^i$ , который также привлекается у домохозяйств.

Эти средства вкладываются в акции производителей промежуточных торгуемых и неторгуемых товаров. В GKQ-модели именно производители товаров являются владельцами капитала, но, чтобы иметь возможность купить капитал, они выпускают акции. Выплата по акции составляет весь доход производителя от капитала и в расчете на единицу эффективного капитала записывается следующим образом:

$$(26) \quad \text{Payoff}_{m,t} = (1 - \tau^K) \tilde{R}_{m,t}^K u_{m,t} + \tau^K \delta Q_{m,t-1} - \Psi^{U,m}(u_{m,t}) P_t + (1 - \delta) Q_{m,t}, m \in \{T, NT\}.$$

Напомним, что количество эффективного капитала меняется в зависимости от реализации шока качества капитала:

$$(27) \quad \psi_t = e^{\varepsilon_t^\psi}, \varepsilon_t^\psi \sim N(0, \sigma_\psi^2).$$

Таким образом, владелец одной акции производителя промежуточных товаров может рассчитывать на следующий поток доходов:

$$(28) \quad \psi_{t+1} Payoff_{m,t+1}, (1-\delta)\psi_{t+1}\psi_{t+2} Payoff_{m,t+2}, (1-\delta)^2\psi_{t+1}\psi_{t+2}\psi_{t+3} Payoff_{m,t+3}, \dots$$

Как следствие, цена такой акции равна  $Q_{m,t}$ . Количество акций будем обозначать как  $S_{m,t}$ . Мы можем записать баланс  $i$ -го банкира:

$$(29) \quad Q_{T,t}S_{T,t}^i + Q_{NT,t}S_{NT,t}^i = N_t^{B,i} + Q_{E,t}E_t^i + D_t^i.$$

Собственные средства банкира будут меняться в соответствии со следующим уравнением:

$$(30) \quad N_t^{B,i} = R_{T,t}^K Q_{T,t-1} S_{T,t-1}^i + R_{NT,t}^K Q_{NT,t-1} S_{NT,t-1}^i - R_{E,t} Q_{E,t-1} E_{t-1}^i - R_{D,t-1} D_{t-1}^i.$$

Задача банкира заключается в максимизации стоимости его бизнеса. Стоимость бизнеса определяется размером собственных средств банкира в тот момент, когда он «уходит из бизнеса»:

$$(31) \quad V_t^i = \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} (1-\gamma^B) \cdot (\gamma^B)^s \Lambda_{t,t+1+s}^F N_{t+1+s}^{B,i} \right\}, \Lambda_{t,t+s}^F = \beta^s \frac{\lambda_{BC,t+s}}{\lambda_{BC,t}}.$$

где  $\Lambda_{t,t+s}^F$  – стохастический фактор дисконтирования.

В каждый момент перед банкиром стоит выбор: он может продолжать вести бизнес или скрыться с долей активов  $\Theta(v_t^i)$ . Эта доля зависит от соотношения между акционерным капиталом и активами банкира  $v_t^i$ :

$$(32) \quad \Theta(v_t^i) = \theta^B \left( 1 + \iota^B v_t^i + \frac{\kappa^B}{2} (v_t^i)^2 \right), v_t^i = \frac{Q_{E,t} E_t^i}{Q_{T,t} S_{T,t}^i + Q_{NT,t} S_{NT,t}^i}.$$

Чем больше внешнего финансирования привлекает банкир, тем с большей частью активов он может скрыться. Это ограничивает возможности банкира по привлечению акционерного капитала у домохозяйств. Также, чтобы у домохозяйств был стимул инвестировать свои средства в банковские депозиты, они должны быть уверены, что банкир не скроется с активами, а вернет домохозяйствам вложенные средства. Для этого стоимость бизнеса банкира должна быть не меньше стоимости той доли активов, с которой он может скрыться:

$$(33) \quad V_t^i \geq \Theta(v_t^i) [Q_{T,t} S_{T,t}^i + Q_{NT,t} S_{NT,t}^i].$$

Таким образом, банкир максимизирует стоимость своего бизнеса (31) при условии ограничений (29), (30) и (33). Соответствующая задача может быть решена с помощью уравнения Беллмана, как продемонстрировано в работе [Gertler, Kiyotaki, Queralto, 2012]. В нашей модификации модели требуемая доходность на капитал должна удовлетворять следующим условиям:

$$(34) \quad \frac{\Theta'(v_t)}{\Theta(v_t)} \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{t,t+1}^F \Omega_{t+1} \left[ R_{t+1}^K - R_t + (R_t - R_{E,t+1}) v_t \right] \right\} = \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{t,t+1}^F \Omega_{t+1} (R_t - R_{E,t+1}) \right\},$$

$$(35) \quad \Omega_t = 1 - \gamma^B + \gamma^B \phi_t \Theta(v_t),$$

$$(36) \quad \phi_t = \frac{\mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{t,t+1}^F \Omega_{t+1} \right\} R_t}{\Theta(v_t) - \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{t,t+1}^F \Omega_{t+1} \left[ R_{t+1}^K - R_t + (R_t - R_{E,t+1}) v_t \right] \right\}},$$

где  $\phi_t$  – это отношение активов банкира к его собственным средствам (долговое плечо). Заметим, что фактически стохастическим фактором дисконтирования в задаче банкира выступает произведение стохастического фактора дисконтирования домохозяйств и корректирующего фактора  $\Omega_{t+1}$ .

Условие оптимальности в задаче домохозяйства требует, чтобы ожидаемая доходность по акционерному капиталу  $R_{E,t+1}$  была равна доходности по депозитам, поэтому в равновесии выполняется следующее условие:

$$(37) \quad \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{t,t+1}^F (R_t - R_{E,t+1}) \right\} = 0.$$

Однако за счет того, что фактор дисконтирования в задаче банкира отличается от  $\Lambda_{t,t+1}^F$ , величина в правой части уравнения (34) является положительной. Банкиры оказываются менее склонными к риску, чем домохозяйства из-за ограничения совместимости по стимулам (incentive compatibility constraint). Им выгодно привлекать внешнее финансирование, и при прочих равных они стремятся к увеличению его доли. Однако рост  $v_t$  связан ростом  $\Theta(v_t)$ , что усугубляет агентскую проблему. Поэтому в экономике существует некоторая оптимальная доля внешнего финансирования банковского сектора.

Вследствие этого механизма также возникает премия за риск – спреда между требуемой доходностью капитала и доходностью депозитов. Как показывают авторы работы [Gertler, Kiyotaki, Queralto, 2012], премия за риск является проциклической и растет во время экономического спада. При этом на итоговую величину спреда влияет долговое плечо банка, влияющее на величину корректирующего фактора  $\Omega_{t+1}$ .

На агрегированном уровне собственные средства банкиров меняются в соответствии со следующим уравнением:

$$(38) \quad N_t^B = \gamma^B \left\{ R_{T,t}^K Q_{T,t-1} S_{T,t-1} + R_{NT,t}^K Q_{NT,t-1} S_{NT,t-1} - R_{E,t} Q_{E,t-1} E_{t-1} - R_{t-1} D_{t-1} \right\} + F_t^B.$$

Введение в модель банкиров также требует корректировки задачи домохозяйств. Чтобы не усложнять задачу банкиров, предполагается, что домохозяйства сами напрямую покупают государственные облигации. Также у домохозяйств возникает возможность инвестировать свои средства в акции банков. Наконец, в бюджетном ограничении домохозяйств должны быть учтены чистые трансферты от банкиров – разница между поступлениями от «ушедших из бизнеса» банкиров и трансфертами новым банкирам.

## 2.8. BGG-модель с асимметрией информации между предпринимателями и банками

При переходе к BGG-модели в экономике появляется новый тип агентов – предприниматели. Они являются владельцами капитала в экономике и каждый период инвестируют свои средства в капитальные активы. При этом эффективное количество капитала, которое оказывается в распоряжении предпринимателя и приносит единицу дохода, подвержено идиосинкратическому риску. Итоговый доход предпринимателя от купленного в периоде  $t$  капитала равен  $R_{T,t+1}^K \omega_{t+1}^i Q_{T,t} K_{T,t}^i + R_{NT,t+1}^K \omega_{t+1}^i Q_{NT,t} K_{NT,t}^i$ , где  $\omega_{t+1}^i$  – случайная величина, которая распределена логнормально с параметрами  $(m, \sigma_\omega^2)$ . Ее функцию распределения мы далее будем обозначать как  $F(\omega_{t+1}^i)$ . Математическое ожидание  $\omega_{t+1}^i$  равно единице, так что в целом эффективное количество капитала всех предпринимателей равно  $Q_{T,t} K_{T,t} + Q_{NT,t} K_{NT,t}$ .

Для покупки капитала предприниматели используют не только собственные средства  $N_t^i$ , но и заемные средства  $B_t^i$ . Последние они привлекают у банков. Важной особенностью модели является то, что банки не имеют бесплатного доступа к информации о реализации дохода предпринимателя. Они могут узнать доход предпринимателя только по результатам проведения мониторинга, стоимость которого составляет долю  $\mu$  от дохода предпринимателя.

Такая постановка задачи, подразумевающая асимметрию информации между предпринимателями и банками, приводит к возникновению премии за риск (разницы между доходностью капитала и доходностью безрискового актива). Размер премии зависит от отношения собственных средств к капиталу: чем выше эта доля, тем меньше премия за риск. При этом если на фоне отрицательного экономического шока размер собственных средств предпринимателей сокращается, то за счет роста риск-премии спад в ВВП будет усилен. Исследователи [Bernanke, Gertler, Gilchrist, 1999] называют этот механизм финансовым акселератором.

Опишем особенности задачи предпринимателя несколько более подробно. Долговой контракт между предпринимателем и банком заключается в периоде  $t$ , когда неизвестна ни реализация идиосинкратического риска предпринимателя, ни реализация будущей доходности капитала. Предполагается, что предприниматели нейтральны к риску, поэтому риски, связанные с неопределенностью доходности капитала, они берут на себя. Более того, за счет диверсификации своего кредитного портфеля банк может избавиться от идиосинкратического риска, связанного с низкой реализацией  $\omega_{t+1}^i$  и, как следствие, банкротством предпринимателя.

В равновесии банк осуществляет мониторинг заемщика только в том случае, если предприниматель объявляет дефолт. Однако при объявлении дефолта банк всегда осуществляет мониторинг и изымает весь доход предпринимателя, который за вычетом издержек мониторинга составляет  $(1-\mu)\omega_{t+1}^i \{R_{T,t+1}^K Q_{T,t} K_{T,t}^i + R_{NT,t+1}^K Q_{NT,t} K_{NT,t}^i\}$ . В таком слу-

чае предпринимателю становится невыгодно пытаться обмануть банк и он будет объявлять дефолт по долгу, только если реализация  $\omega_{t+1}^i$  действительно не позволяет ему заплатить банку обещанную доходность  $X_{t+1}^i$ .

Пусть  $\bar{\omega}_{t+1}^i$  – это такая реализация  $\omega_{t+1}^i$ , что предпринимателю хватает дохода только для того, чтобы заплатить банку:

$$(39) \quad \bar{\omega}_{t+1}^i \{R_{T,t+1}^K Q_{T,t} K_{T,t}^i + R_{NT,t+1}^K Q_{NT,t} K_{NT,t}^i\} = X_{t+1}^i B_t^i.$$

С учетом этого мы можем записать условие нулевой прибыли банка следующим образом:

$$(40) \quad \left[ \left(1 - F(\bar{\omega}_{t+1}^i)\right) \bar{\omega}_{t+1}^i + (1 - \mu) \int_0^{\bar{\omega}_{t+1}^i} \omega_{t+1}^i dF(\omega_{t+1}^i) \right] \times \\ \times \left( R_{T,t+1}^K Q_{T,t} K_{T,t}^i + R_{NT,t+1}^K Q_{NT,t} K_{NT,t}^i \right) = \\ = R_t \left( Q_{T,t} K_{T,t}^i + Q_{NT,t} K_{NT,t}^i - N_t^j \right).$$

Прибыль банков является нулевой, так как рынок банковских услуг предполагается совершенно конкурентным.

В левой части уравнения (40) представлен ожидаемый доход банка от выдачи займа предпринимателю, а в правой – стоимость привлечения выданных в качестве займа средств у домохозяйств. Заметим, что ожидаемый доход банка складывается из двух компонентов. Во-первых, если реализация  $\omega_{t+1}^i$  позволяет предпринимателю расплатиться с банком, то последний получает  $X_{t+1}^i B_t^i$ . Во-вторых, если предприниматель объявляет дефолт, то банк получает весь реализовавшийся доход предпринимателя за вычетом издержек мониторинга.

В свою очередь, задача предпринимателя заключается в максимизации его прибыли при условии нулевой прибыли банка. Прибыль предпринимателя записывается как

$$(41) \quad \mathbb{E}_t \left\{ \left[ 1 - \int_0^{\bar{\omega}_{t+1}^i} \omega_{t+1}^i dF(\omega_{t+1}^i) - \left(1 - F(\bar{\omega}_{t+1}^i)\right) \bar{\omega}_{t+1}^i \right] \cdot \left( R_{T,t+1}^K Q_{T,t} K_{T,t}^i + R_{NT,t+1}^K Q_{NT,t} K_{NT,t}^i \right) \right\}.$$

Если дефолт не был объявлен, то предприниматель получает разницу между доходом капитала и возвратом заемных средств банку с учетом обещанной доходности. Если же реализация  $\omega_{t+1}^i$  оказывается недостаточной, то предприниматель не получает ничего.

На агрегированном уровне собственные средства предпринимателей меняются в соответствии со следующим уравнением:



$$(42) \quad N_t^E = \gamma^E \left[ \left( 1 - \mu \int_0^{\bar{\omega}_t} \omega_t dF(\omega_t) \right) \cdot \left( R_{T,t+1}^K Q_{T,t} K_{T,t} + R_{NT,t+1}^K Q_{NT,t} K_{NT,t} \right) - R_{t-1} \left( Q_{T,t} K_{T,t} + Q_{NT,t} K_{NT,t} - N_{t-1}^E \right) \right] + H_t^E e^{\eta_t^{NW}}.$$

Как и в случае с банкирами в GQ-модели, каждый период  $(1 - \gamma^E)$  предпринимателей «уходят из бизнеса» и все их средства передаются домохозяйствам. Одновременно с этим появляются и новые предприниматели так, чтобы общее количество предпринимателей осталось неизменным. Новые предприниматели получают от домохозяйств стартовый капитал в размере  $H_t^E e^{\eta_t^{NW}}$ , где  $\eta_t^{NW}$  – это AR(1)-процесс, отражающий динамику шок чистого богатства предпринимателей.

В свою очередь, «регулярная» часть стартового капитала зависит от накопленного капитала и его доходности:

$$(43) \quad H_t^E = \xi_E \left( R_{T,t}^K Q_{T,t-1} K_{T,t-1} + R_{NT,t}^K Q_{NT,t-1} K_{NT,t-1} \right).$$

Единственное изменение задачи домохозяйств в BGG-модели по сравнению с базовой моделью – это включение чистых трансфертов предпринимателям в бюджетное ограничение. В BGG-модели, как и в базовой модели, мы предполагаем, что государственные облигации покупаются банками. Банки привлекают у домохозяйств депозиты, часть из которых инвестируется в государственные облигации, а за счет другой части выдаются займы предпринимателям.

## 2.9. Решение модели

В рамках решения трех моделей их уравнения приводятся к стационарному виду, после чего находится стеди-стейт остационаризованных моделей. В рамках данной статьи мы используем лог-линеаризацию около стеди-стейта.

## 3. Сравнение реакции экономики на шоки в трех моделях при одинаковой калибровке

Чтобы ответить на вопрос о том, как добавление в модель дополнительных механизмов меняет реакцию экономики на различные макроэкономические шоки, и понять существенность различий, рассмотрим функции импульсного отклика в трех моделях при одинаковой калибровке. Эта калибровка также ляжет в основу оценки моделей в следующем разделе.

При калибровке структурные параметры выбираются так, чтобы они описывали российскую экономику: либо на основании доступной макроэкономической статистики, либо на основании работы [Шульгин, 2014], где оценивалась модель российской экономики со схожей структурой. Эти параметры, как правило, не будут оцениваться в следующем разделе, а останутся на фиксированном уровне. В то же время динамические пара-

метры, которые будут далее оцениваться, мы устанавливаем на основе математических ожиданий априорных распределений параметров в одной из наиболее авторитетных работ в DSGE-литературе [Smets, Wouters, 2007].

Значения всех параметров представлены в табл. 1. Так, эластичность замещения дифференцированных товаров устанавливается на уровне 5, что соответствует 25-процентной наценке, а эластичность замещения услуг труда – на уровне 6 (20-процентная наценка). Долгосрочное отношение государственного долга к ВВП принимается равным 20%, а доля государственного потребления в ВВП – 18,5%. Эффективные налоговые ставки рассчитываются на основе российской макроэкономической статистики с помощью методологии, предложенной в работе [McDaniel, 2007]. Предполагается, что центральный банк реагирует на отклонение инфляции от таргетируемого уровня и на разрыв выпуска. Все авторегрессионные коэффициенты, определяющие персистентность шоков, устанавливаются на уровне 0,5.

Таблица 1.

**Калибровка параметров,  
которые являются общими для всех трех моделей**

Параметр	Обозначение	Величина
Долгосрочный темп роста	$100\bar{z}$	0,40
Долгосрочная инфляция	$100\pi$	1,00
Эластичность выпуска по капиталу	$\alpha_T; \alpha_{NT}$	0,45; 0,33
Эластичность замещения между дифференцированными товарами	$\zeta^T; \zeta^{NT}$	5; 5
Параметр издержек подстройки цен	$\psi^T; \psi^{NT}$	8
Параметр индексации цен	$\gamma^T; \gamma^{NT}$	0,5; 0,5
Эластичность замещения между дифференцированными импортными товарами	$\zeta^M$	30
Доля торгуемого товара в конечном товаре	$v^T$	0,38
Доля неторгуемого товара в конечном товаре	$v^{NT}$	0,34
Параметр издержек подстройки цен импортных товаров	$\psi^M$	60
Параметр индексации цен импортных товаров	$\gamma^M$	0,5
Дисконтирующий множитель домохозяйств	$\beta$	0,999
Параметр привычек потребления	$\theta$	0,7
Обратная эластичность предложения труда Фриша	$\Omega_L$	2

Продолжение табл. 1.

Параметр	Обозначение	Величина
Обратная межвременная эластичность замещения	$\Omega_C$	1,5
Эластичность спроса на труд	$\zeta^{L,T}; \zeta^{L,NT}$	6
Параметр издержек подстройки заработных плат в торгуемом и неторгуемом секторах	$\psi^{L,T}; \psi^{L,NT}$	12
Параметр индексации зарплат	$\gamma^{W,T}; \gamma^{W,NT}$	0,5
Параметр издержек подстройки инвестиций	$\psi^{I,T}; \psi^{I,NT}$	4; 4
Параметр издержек подстройки уровня использования мощностей	$b_{u,T}; b_{u,NT}$	1
Норма амортизации	$\delta$	0,025
Отношение экспорта к ВВП	$\omega^{ex}$ , определяет $\omega^F$	0,270
Риск-премия по внешнему долгу в долгосрочном равновесии	$100(\overline{rp}_F - 1)$	0,42
Чувствительность риск-премии к уровню внешнего долга	$\psi^{crp}$	0,05
Эластичность экспорта по цене	$\zeta^{ex}$	0,66
Реакция ЦБ на инфляцию	$\gamma^\pi$	1,5
Реакция ЦБ на разрыв выпуска	$\gamma^Y$	0,12
Реакция ЦБ на изменение разрыва выпуска	$\gamma^{dY}$	0,12
Реакция ЦБ на курс национальной валюты	$\gamma^{exch}$	0
Персистентность ставки ЦБ	$\rho^M$	0,5
Реакция госпотребления на рост долга	$\gamma^G$	0
Реакция трансфертов на рост долга	$\gamma^{Tr}$	0,05
Налог на потребление	$\tau^C$	0,20
Налог на труд	$\tau^W$	0,21

Окончание табл. 1.

Параметр	Обозначение	Величина
Налог на капитал	$\tau^K$	0,33
Отношение государственного долга в долгосрочном равновесии	$\omega^{debt}$	0,80
Доля госпотребления в ВВП	$\omega^G$	0,185
Персистентность шоков	$\rho$	0,5

В GKQ-модели появляется несколько дополнительных параметров, которые описывают банковский сектор экономики. Мы калибруем их, основываясь на оригинальной работе [Gertler, Kiyotaki, Queralto, 2012], корректируя некоторые значения с учетом специфики российской экономики. Так, значение долгового плеча (отношения активов к сумме собственного и акционерного капитала банкиров) принимается равным 4, как в [Gertler, Kiyotaki, Queralto, 2012]. Отношение акционерного капитала к собственному капиталу устанавливается на уровне 0,9, что соответствует среднему уровню за 2011–2021 гг. в российской банковской статистике. Премия за риск фиксируется на уровне 4% годовых в соответствии с разницей между ставками по кредитам и депозитам в российской экономике. Результаты калибровки GKQ-модели так, чтобы все перечисленные условия выполнялись, представлены в табл. 2.

Таблица 2.

## Калибровка дополнительных параметров GKQ-модели

Параметр	Обозначение	Величина
	$\theta^B$	0,6815
Параметры функции, определяющей долю активов, с которой может скрыться банкир	$\iota^B$	-1,2100
	$\kappa^B$	10,2178
Параметр размера трансферта домохозяйств	$\xi_B$	0,0025
Персистентность собственных средств банкиров	$\gamma^B$	0,9100

В BGG-модели дополнительные параметры связаны с задачей предпринимателей и финансовым контрактом между ними и банками. Параметр, определяющий долю предпринимателей, которые «уходят из бизнеса»,  $\gamma^E$ , устанавливается на уровне 0,97, как в работе [Bernanke, Gertler, Gilchrist, 1999]. Доля банкротств предполагается равной 3% в год, а отношение собственных средств предпринимателей к капиталу – примерно 0,5. Такие же значения используются в статье [Андреев, Полбин, 2019]. Премия за риск, как и в GKQ-модели, предполагается равной 4% годовых. Результаты калибровки BGG-модели представлены в табл. 3.

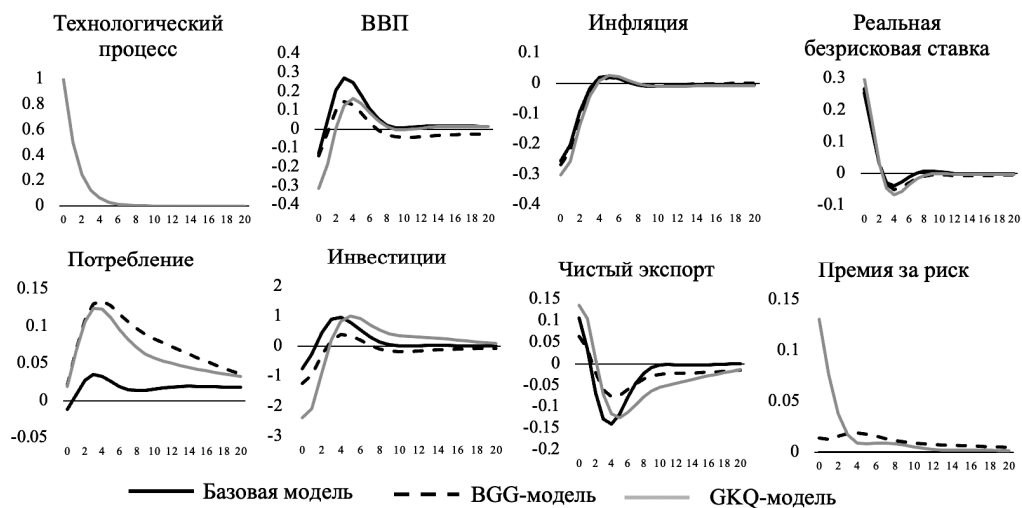
**Таблица 3.**

**Калибровка дополнительных параметров BGG-модели**

Параметр	Обозначение	Величина
Издержки мониторинга	$\mu$	0,2454
Параметр идиосинкратического шока доходности капитала	$\sigma_{\omega}$	0,2990
Параметр размера трансферта домохозяйств	$\xi_E$	0,0050
Персистентность собственных средств предпринимателей	$\gamma^E$	0,9728

Используя описанную калибровку, мы можем получить функции импульсного отклика трех моделей, демонстрирующие реакцию экономики на различные макроэкономические шоки. Мы проанализируем различия моделей на основе трех шоков: технологического шока, шока предельной эффективности инвестиций и шока государственного потребления.

На рис. 1 представлено сравнение функций импульсного отклика в ответ на положительный технологический шок. Качественно реакция всех переменных в трех моделях схожа. Сокращение предельных издержек на фоне временного роста производительности приводит к падению цен и росту частного потребления. Сначала факторы производства не требуются в таком объеме, что приводит к сокращению инвестиций и краткосрочному падению выпуска, однако вскоре этот фактор исчерпывает себя и общий эффект на ВВП оказывается положительным. Отметим, что реакция экономики зависит от персистентности шока, и если рост производительности будет более продолжительным, то краткосрочный спад выпуска будет отсутствовать.



**Рис. 1.** Функции импульсного отклика в ответ на положительный технологический шок, отклонения от стеди-стейта, %

Несмотря на схожесть реакции переменных на шок в трех моделях, мы видим заметные количественные различия. В моделях с финансовыми фрикциями изначальный спад инвестиций оказывается более существенным, особенно в GKQ-модели. Объяснение кроется в динамике премии за риск. В обеих моделях с финансовыми фрикциями положительный технологический шок приводит к росту премии за риск. В GKQ-модели увеличение премии за риск является более существенным, но менее продолжительным.

В момент шока доход от капитала сокращается, так как падают предельные издержки и вознаграждение владельцев капитала. В BGG-модели соответствующие риски берут на себя предприниматели, как следствие, растет доля банкротств и сокращаются собственные средства предпринимателей. Падение доли собственных средств в осуществляемых предпринимателями проектах приводит к росту премии за риск, более того, ввиду персистентности динамики собственных средств премия за риск относительно продолжительное время находится выше своего долгосрочного уровня.

В GKQ-модели неожиданно низкая реализация доходности капитала приводит к падению собственных средств банкиров и росту их долгового плеча. Как следствие, банкирам теперь необходим больший спред между доходностью от их вложений в капитал и ставкой по депозитам (см. уравнение (37)). Их реакция приводит к более существенному, но менее персистентному росту премии за риск, чем в случае BGG-модели.

Теперь рассмотрим шок государственного потребления, который приводит к иной динамике премии за риск. Соответствующие функции импульсного отклика представлены на рис. 2.

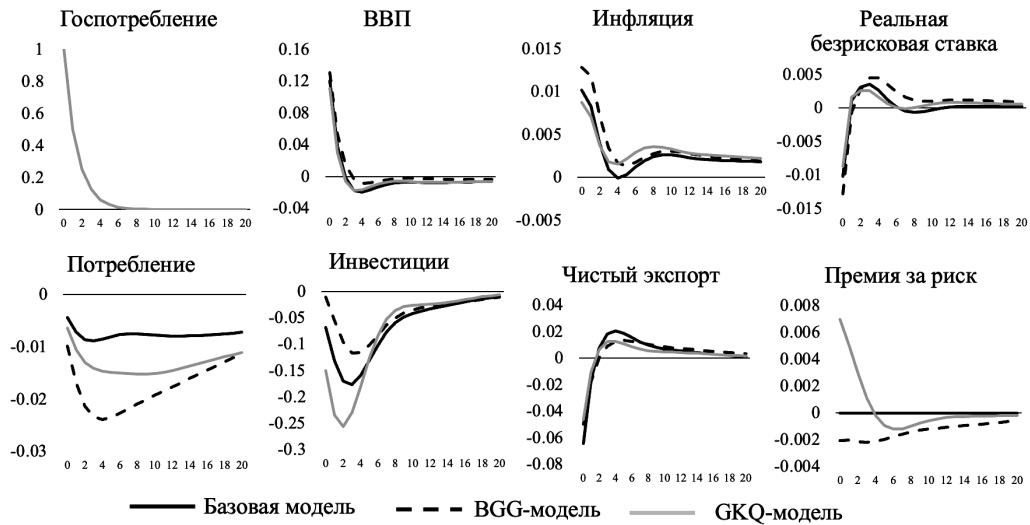


Рис. 2. Функции импульсного отклика в ответ на положительный шок государственного потребления, отклонения от стеди-стейта, %

Рост государственного потребления во всех трех моделях приводит к временному росту выпуска и инфляции, при этом для частного потребления и инвестиций наблюда-

ется эффект вытеснения. Как следствие, после краткосрочного стимулирования экономики некоторое время наблюдается спад ВВП.

В моделях с финансовыми фрикциями наблюдается противоположная динамика премии за риск: в BGG-модели в ответ на шок она сокращается, а в GKQ-модели – растет. Как следствие, в BGG-модели падение инвестиций оказывается наименьшим и среднесрочный спад ВВП практически отсутствует. А в GKQ-модели инвестиции сокращаются существенно всего.

В BGG-модели рост доходности капитала в результате неожиданного увеличения ВВП приводит к увеличению собственных средств предпринимателей. Ввиду одновременного падения инвестиций (и, как следствие, падения цены и стоимости капитала) это приводит к росту отношения собственных средств предпринимателей к активам. Большая доля внутреннего финансирования ведет к сокращению премии за риск. Как следствие, именно в BGG-модели положительный отклик ВВП является максимальным.

В GKQ-модели цена капитала в ответ на увеличение государственного потребления сокращается так сильно, что более высокий доход от сдачи капитала в аренду не позволяет компенсировать это падение. В связи с этим в краткосрочной перспективе влияние шока на общую доходность капитала оказывается отрицательным. Собственные средства банкиров падают, долговой рычаг растет, что приводит к росту премии за риск. Через некоторое время на фоне восстановления цены капитала и его более высокой доходности этот эффект исчерпывает себя, и на некоторое время премия за риск даже оказывается ниже своего долгосрочного уровня.

Интересно рассмотреть также реакцию экономики на положительный шок предельной эффективности инвестиций. Соответствующие функции импульсного отклика представлены на рис. 3.

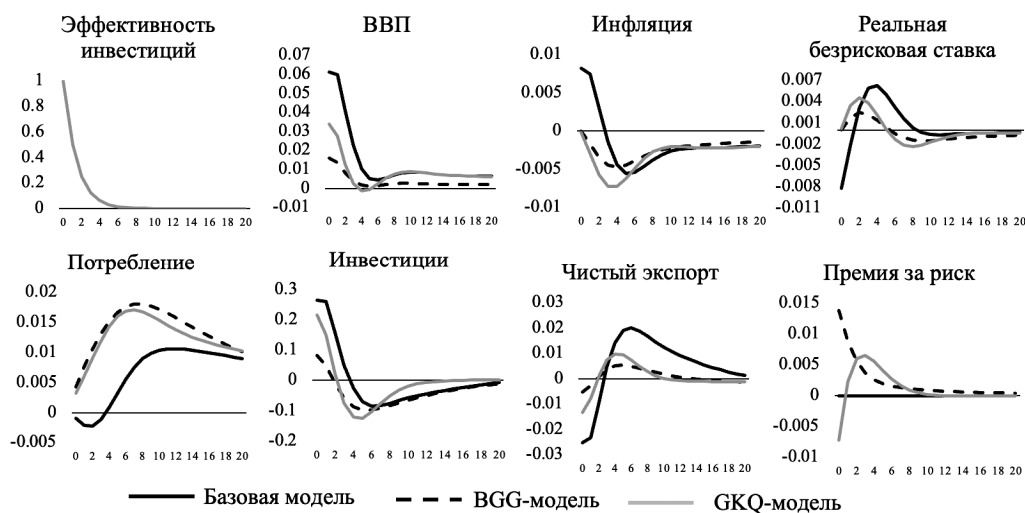


Рис. 3. Функции импульсного отклика в ответ на положительный шок предельной эффективности инвестиций, отклонения от стедн-стейта, %

Временный рост эффективности инвестиций приводит к увеличению выпуска и инвестиций во всех трех моделях. Общий эффект на доходность капитала, однако, оказывается отрицательным из-за сокращения стоимости капитала. В BGG-модели это сопровождается ростом премии за риск, из-за чего положительный отклик инвестиций оказывается не столь существенным.

Динамика премии за риск в GKG-модели оказывается иной. Хотя в этой модели доходность капитала в момент шока также снижается, что приводит к сокращению собственных средств и росту долгового плеча, банкирам удается компенсировать свои затраты за счет выплаты более низкой доходности по своим акциям. Как следствие, в момент шока премия за риск даже сокращается. Однако уже квартал спустя этот эффект исчерпывает себя, и премия за риск оказывается выше своего долгосрочного уровня.

Три рассмотренных шока позволили нам достаточно подробно охарактеризовать разницу в механизмах распространения шоков в трех моделях. Теперь мы можем перейти к оценке моделей.

#### 4. Оценка моделей и ее результаты

Мы оцениваем модели на квартальных данных за 2004–2021 гг. Байесовская оценка лог-линеаризированных около стеди-стейта моделей производится в рамках пакета Dynare, а максимизация функции правдоподобия осуществляется с помощью алгоритма CMA-ES (Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy), предложенного в работе [Hansen, Kern, 2004].

Для российской экономики, как и для других развивающихся экономик, характерны различные тренды в основных макроэкономических показателях: так, средний темп роста частного потребления заметно отличается от темпа роста импорта или государственного потребления. Более того, темпы роста основных макроэкономических переменных также могут меняться во времени. Учет этих эффектов выходит за рамки данной статьи (вопрос наличия трендов в данных, используемых для оценки DSGE-моделей, рассматривается, например, в исследованиях [Вотинов, Лазарян, 2020; Иващенко, 2019]). Более того, одновременный учет этих эффектов и финансовых фрикций сильно бы усложнил рассматриваемые модели. Поэтому используемые нами макроэкономические ряды подвергаются детрендрованию с помощью одностороннего фильтра Ходрика – Прескота и уже после детрендрования сопоставляются с их аналогами в модели.

Мы оцениваем модели на двух наборах данных. Первый включает данные по восьми макроэкономическим показателям, а во второй помимо этих восьми включаются данные по динамике рыночной премии за риск. Напомним, что в моделях премия за риск соответствует разнице между требуемой доходностью капитала и безрисковой ставкой. В качестве наблюдаемого аналога этой переменной мы используем разницу между ставкой по кредитам и депозитам<sup>2</sup>. В литературе в качестве аналога чаще используется разница между доходностью компаний с высоким кредитным рейтингом и доходностью компаний, вероятность дефолта которых оценивается более высоко. В целом, в российских дан-

<sup>2</sup> В качестве прокси безрисковой ставки в экономике используется ставка по депозитам физических лиц в рублях, взвешенная по срокам. В качестве ставки по кредитам берется взвешенная по срокам ставка по кредитам нефинансовых организаций в рублях.



ных разница между доходностью компаний с рейтингом В/В- и доходностью компаний с рейтингом ВВ/АА- достаточно хорошо коррелирует с разницей между ставками по кредитам и депозитам. Однако первый ряд доступен только с 2014 г., а статистика по ставкам может быть получена начиная с 2004 г.

Необходимость оценки моделей на двух различных наборах данных обусловлена поставленной нами целью и структурой разработанных моделей. Количество шоков в двух моделях с финансовыми фрикциями превышает количество шоков в базовой версии модели. В BGG-модели в дополнение к основному набору шоков есть шок чистого богатства предпринимателей, который фактически аппроксимирует шоки премии за риск. В GKQ-модели эту роль берет на себя шок качества капитала. В базовой версии модели премия за риск отсутствует.

Поэтому для сопоставимости значений функции предельного правдоподобия трех моделей мы сначала будем оценивать все три модели без учета шоков премии за риск. Это позволит нам ответить на вопрос о том, какая из трех моделей лучше всего описывает данные по восьми основным макроэкономическим показателям. Затем на более широком наборе данных мы оценим две модели с финансовыми фрикциями и сможем определить предпочтительную модель из этих двух.

Перечень используемых макроэкономических показателей:

- выпуск в реальном выражении ( $gdp_t^{obs}$ );
- экспорт в реальном выражении ( $ex_t^{obs}$ );
- государственное потребление в реальном выражении ( $gov_t^{obs}$ );
- средняя заработная плата в реальном выражении ( $wage_t^{obs}$ );
- инфляция относительно предыдущего квартала ( $dcp_t^{obs}$ );
- ставка по депозитам ( $irate_t^{obs}$ );
- изменение реального эффективного курса рубля относительно предыдущего квартала ( $dreer_t^{obs}$ );
- страновая премия за риск ( $countryrisk_t^{obs}$ );
- рыночная премия за риск ( $capriskprem_t^{obs}$ ).

Изменение реального эффективного курса рубля, страновая премия за риск и рыночная премия за риск являются переменными, которые не подвергаются детрендированию. Заметим, что на рассматриваемом временном промежутке средний темп роста реального эффективного курса рубля равен нулю.

В модели используется следующий набор уравнений, связывающих динамику наблюдаемых величин и их аналогов в моделях:

$$\begin{aligned}
 (44) \quad & gdp_t^{obs} = \log(y_t^{real}) - \log(y^{real}), \\
 & ex_t^{obs} = \log(y_{T,t}^{ex}) - \log(y_T^{ex}), \\
 & gov_t^{obs} = \log(g_t) - \log(g), \\
 & wage_t^{obs} = \log(w_t) - \log(w), \\
 & dcpi_t^{obs} = \log(1 + \pi_t) - \log(1 + \pi), \\
 & irate_t^{obs} = \log(R_t) - \log(R), \\
 & dreer_t^{obs} = \log(s_t) - \log(s_{t-1}), \\
 & countryrisk_t^{obs} = 4\log(crp_t), \\
 & capriskprem_t^{obs} = \log(\mathbb{E}_t \tilde{R}_{t+1}^K) - \log(R_{G,t}),
 \end{aligned}$$

где переменные, обозначенные строчными буквами, являются стационарными аналогами введенных ранее переменных модели (например,  $g_t = G_t/X_t$ ).

В табл. 4 представлены априорные распределения оцениваемых параметров и результаты оценки моделей. В табл. 5 представлены значения функции предельного правдоподобия с использованием аппроксимации Лапласа.

Таблица 4.

**Априорные распределения параметров  
и результаты оценки трех моделей**

Параметр	Априорное распределение		Оценка без рыночной премии за риск			Оценка с рыночной премией за риск	
			базовая модель	BGG-модель	GKQ-модель	BGG-модель	GKQ-модель
	тип	среднее (станд. отклон.)	мода (стандартное отклонение)				
$\theta$	Бета	0,70 (0,10)	0,61 (0,16)	0,58 (0,11)	0,70 (0,11)	0,27 (0,06)	0,52 (0,13)
$\Omega_L$	Обр. гамма	2,00 (0,75)	1,83 (0,32)	1,92 (0,37)	1,83 (0,30)	1,96 (0,34)	1,54 (0,25)
$\Omega_C$	Обр. гамма	1,50 (0,40)	1,00 (0,17)	0,84 (0,11)	0,90 (0,13)	0,95 (0,14)	0,96 (0,13)
$\psi^T$	Обр. гамма	10,00 (5,00)	36,91 (16,95)	43,00 (20,25)	53,05 (23,46)	15,21 (4,73)	72,67 (31,30)
$\psi^{NT}$	Обр. гамма	10,00 (5,00)	15,31 (5,9)	14,83 (5,42)	12,00 (4,10)	5,52 (1,19)	16,77 (5,81)
$\psi^{IM}$	Обр. гамма	10,00 (5,00)	21,43 (7,95)	22,38 (8,59)	22,42 (9,05)	18,14 (5,22)	30,63 (12,04)

Продолжение табл. 4.

Параметр	Априорное распределение		Оценка без рыночной премии за риск			Оценка с рыночной премией за риск	
			базовая модель	BGG-модель	GKQ-модель	BGG-модель	GKQ-модель
	тип	среднее (станд. отклон.)	мода (стандартное отклонение)				
$\psi^{L,T}$	Обр. гамма	10,00 (5,00)	10,32 (3,89)	12,96 (5,53)	9,94 (3,50)	15,53 (7,03)	9,79 (3,27)
$\psi^{L,NT}$	Обр. гамма	10,00 (5,00)	10,07 (4,23)	10,72 (4,66)	10,03 (4,19)	16,86 (10,86)	9,66 (3,83)
$\gamma^T$	Бета	0,50 (0,15)	0,47 (0,13)	0,42 (0,13)	0,37 (0,13)	0,62 (0,12)	0,39 (0,13)
$\gamma^{NT}$	Бета	0,50 (0,15)	0,25 (0,11)	0,29 (0,12)	0,31 (0,11)	0,11 (0,05)	0,24 (0,09)
$\gamma^{IM}$	Бета	0,50 (0,15)	0,46 (0,13)	0,44 (0,13)	0,42 (0,13)	0,37 (0,12)	0,42 (0,13)
$\gamma^{W,T}$	Бета	0,50 (0,15)	0,43 (0,17)	0,42 (0,16)	0,42 (0,16)	0,45 (0,16)	0,37 (0,15)
$\gamma^{W,NT}$	Бета	0,50 (0,15)	0,44 (0,17)	0,43 (0,17)	0,41 (0,17)	0,43 (0,17)	0,38 (0,16)
$\psi^{I,T}$	Обр. гамма	4,00 (1,50)	7,32 (2,37)	3,83 (1,00)	7,64 (2,59)	2,21 (0,36)	4,58 (1,13)
$\psi^{I,NT}$	Обр. гамма	4,00 (1,50)	4,92 (1,66)	3,41 (0,94)	4,42 (1,40)	2,44 (0,55)	3,61 (0,99)
$b_{u,T}$	Обр. гамма	1,00 (0,50)	0,54 (0,12)	0,54 (0,12)	0,53 (0,12)	0,63 (0,15)	0,82 (0,22)
$b_{u,NT}$	Обр. гамма	1,00 (0,50)	0,62 (0,17)	0,67 (0,19)	0,68 (0,21)	1,37 (0,57)	0,79 (0,24)
$\zeta^{ex}$	Обр. гамма	0,66 (0,10)	0,41 (0,04)	0,41 (0,03)	0,40 (0,03)	0,39 (0,04)	0,42 (0,03)
$\gamma^\pi$	Норм.	1,50 (0,10)	1,63 (0,09)	1,61 (0,09)	1,64 (0,08)	1,41 (0,07)	1,62 (0,08)
$\gamma^Y$	Норм.	0,10 (0,05)	0,05 (0,02)	0,05 (0,02)	0,11 (0,02)	0,01 (0,01)	0,12 (0,02)
$\gamma^{dY}$	Норм.	0,10 (0,05)	0,07 (0,04)	0,12 (0,04)	0,13 (0,04)	0,09 (0,03)	0,14 (0,04)
$\gamma^{exch}$	Норм.	0,00 (0,25)	0,06 (0,03)	0,06 (0,03)	0,04 (0,03)	0,05 (0,02)	0,02 (0,02)

Продолжение табл. 4.

Параметр	Априорное распределение		Оценка без рыночной премии за риск			Оценка с рыночной премией за риск	
			базовая модель	BGG-модель	GKQ-модель	BGG-модель	GKQ-модель
	тип	среднее (станд. отклон.)	мода (стандартное отклонение)				
$\rho^M$	Бета	0,75 (0,10)	0,78 (0,03)	0,80 (0,03)	0,78 (0,03)	0,74 (0,03)	0,76 (0,03)
$\rho^A$	Бета	0,50 (0,20)	0,52 (0,09)	0,53 (0,09)	0,53 (0,08)	0,04 (0,03)	0,67 (0,06)
$\rho^{MEI}$	Бета	0,50 (0,20)	0,12 (0,08)	0,11 (0,08)	0,19 (0,10)	0,92 (0,03)	0,13 (0,03)
$\rho^T$	Бета	0,50 (0,20)	0,98 (0,01)	0,98 (0,01)	0,99 (0,01)	0,97 (0,02)	0,99 (0,005)
$\rho^{NT}$	Бета	0,50 (0,20)	0,33 (0,14)	0,27 (0,13)	0,22 (0,11)	0,99 (0,005)	0,15 (0,09)
$\rho^G$	Бета	0,50 (0,20)	0,91 (0,03)	0,91 (0,03)	0,91 (0,03)	0,91 (0,03)	0,91 (0,03)
$\rho^*$	Бета	0,50 (0,20)	0,93 (0,02)	0,88 (0,03)	0,89 (0,02)	0,90 (0,03)	0,89 (0,02)
$\rho^{crp}$	Бета	0,50 (0,20)	0,98 (0,01)	0,98 (0,01)	0,98 (0,01)	0,97 (0,01)	0,98 (0,01)
$\rho^{NW}$	Бета	0,50 (0,20)	-	-	-	0,82 (0,05)	-
$\sigma_M$	Обр. гамма	0,001 (0,02)	0,002 (0,0002)	0,002 (0,0002)	0,002 (0,0002)	0,002 (0,0002)	0,002 (0,0002)
$\sigma_A$	Обр. гамма	0,001 (0,02)	0,03 (0,01)	0,04 (0,01)	0,03 (0,01)	0,04 (0,01)	0,03 (0,01)
$\sigma_{MEI}$	Обр. гамма	0,001 (0,02)	0,50 (0,11)	0,92 (0,17)	0,94 (0,23)	0,05 (0,01)	0,62 (0,10)
$\sigma_T$	Обр. гамма	0,001 (0,02)	0,22 (0,04)	0,21 (0,04)	0,20 (0,03)	0,21 (0,05)	0,20 (0,03)
$\sigma_{NT}$	Обр. гамма	0,001 (0,02)	1,10 (0,46)	1,11 (0,42)	1,02 (0,32)	0,32 (0,04)	1,49 (0,49)
$\sigma_G$	Обр. гамма	0,001 (0,02)	0,005 (0,0004)	0,005 (0,0004)	0,005 (0,0004)	0,005 (0,0004)	0,005 (0,0004)
$\sigma^*$	Обр. гамма	0,001 (0,02)	0,03 (0,003)	0,03 (0,003)	0,03 (0,003)	0,03 (0,003)	0,03 (0,003)

Окончание табл. 4.

Параметр	Априорное распределение		Оценка без рыночной премии за риск			Оценка с рыночной премией за риск	
			базовая модель	BGG-модель	GKQ-модель	BGG-модель	GKQ-модель
	тип	среднее (станд. отклон.)	мода (стандартное отклонение)				
$\sigma_{ср}$	Обр. гамма	0,001 (0,02)	0,001 (0,0001)	0,001 (0,0001)	0,001 (0,0001)	0,001 (0,0001)	0,001 (0,0001)
$\sigma_{NW}$	Обр. гамма	0,001 (0,02)	-	-	-	0,005 (0,0005)	-
$\sigma_{\psi}$	Обр. гамма	0,001 (0,02)	-	-	-	-	0,02 (0,002)

Таблица 5.

**Значения функции предельного правдоподобия с использованием аппроксимации Лапласа**

	Базовая модель	BGG-модель	GKQ-модель
Log data density (8 рядов)	1379	1376	1369
Log data density (9 рядов)	-	1694	1635

При оценке моделей с использованием восьми макроэкономических рядов (т.е. без учета данных по рыночной премии за риск) мы обнаруживаем не слишком большое, но все же существенное преимущество базовой модели без финансовых фрикций. В данном случае при определении существенности преимущества мы опираемся на работу [Kass, Raftery, 1995]. GKQ-модель характеризуется наименьшим значением функции предельного правдоподобия (иными словами, вероятность наблюдать заданную реализацию данных при условии GKQ-модели меньше, чем для других моделей). Если мы оцениваем модели с использованием всех девяти макроэкономических рядов, то BGG-модель также лучше соответствует данным, чем GKQ-модель, причем разница крайне существенна.

В целом, мы можем заключить, что с точки зрения описания российской экономики базовая модель обладает некоторым преимуществом перед моделями с финансовыми фрикциями. Поэтому если перед монетарными или фискальными властями или независимыми аналитиками стоит задача использовать только одну модель для принятия решений и анализа, то имеет смысл использовать более простую модель без финансовых фрикций. Одновременно с этим необходимо признать, что каждая модель является существенным упрощением действительности, и принимающие решения люди и аналитики находятся в ситуации неопределенности относительно истинной модели экономики. Выявленное преимущество базовой модели перед BGG-моделью не столь существенно, а вы-

воды, как мы видели ранее и еще убедимся ниже, могут быть различны. Как следствие, целесообразным является использовать пул из нескольких моделей, в который входят базовая модель и BGG-модель.

На рис. 4 представлены функции импульсного отклика в ответ на рост государственного потребления в оцененных моделях. В первом и третьем рядах представлено сравнение трех моделей, оцененных с использованием данных по восьми рядам. Во втором и четвертом рядах оцененная базовая модель сравнивается с моделями с финансовыми фрикциями, которые были оценены на расширенном наборе данных.

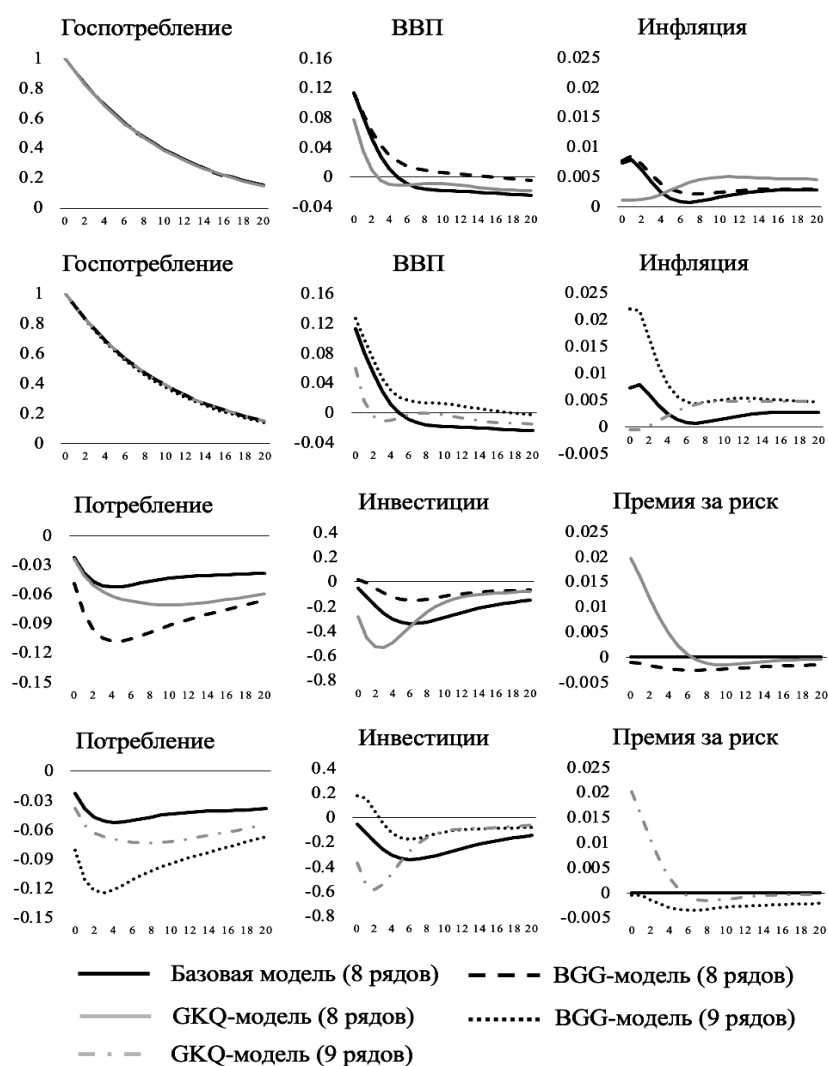


Рис. 4. Функции импульсного отклика в ответ на положительный шок государственных расходов в оцененных моделях, отклонения от стади-стейта, %

При оценке на одинаковом наборе данных качественно сопоставление моделей выглядит схоже с их сопоставлением в рассмотренном ранее случае калибровки. Однако количественно мы можем проследить некоторые важные различия. При использованной в разделе 3 калибровке оценка фискального мультипликатора в момент шока была равна 0,6–0,7, причем в BGG-модели оценка мультипликатора была близка к верхней границе диапазона, а в GKQ-модели – к нижней. В оцененных базовой модели и BGG-модели оценка фискального мультипликатора совпадает и составляет 0,61. При этом в базовой модели, начиная с пятого квартала после шока, мы видим отрицательную динамику ВВП. В BGG-модели этот эффект практически отсутствует. Причина заключается в гораздо меньшем вытеснении инвестиций на фоне сокращения премии за риск. Интересно, что в GKQ-модели оценка фискального мультипликатора заметно ниже: всего 0,42. В этой модели спад инвестиций максимален. Заметим, что если в откалиброванных моделях мы наблюдали минимальный эффект вытеснения частного потребления, то в оцененных моделях он более существенен. Также важно отметить, что полученный диапазон оценок фискальных мультипликаторов в рассмотренных DSGE-моделях соответствует эмпирическим оценкам в литературе (см.: [Вотинов, Станкевич, 2017; Зяблицкий, 2020]).

При оценке на полном наборе данных из девяти рядов мы наблюдаем еще более позитивную динамику ВВП и инвестиций в BGG-модели. В этом случае проинфляционный эффект роста госпотребления оказывается более существенным. Также наблюдается более сильное вытеснение частного потребления. Для GKQ-модели мы наблюдаем дополнительное сокращение оценки фискального мультипликатора.

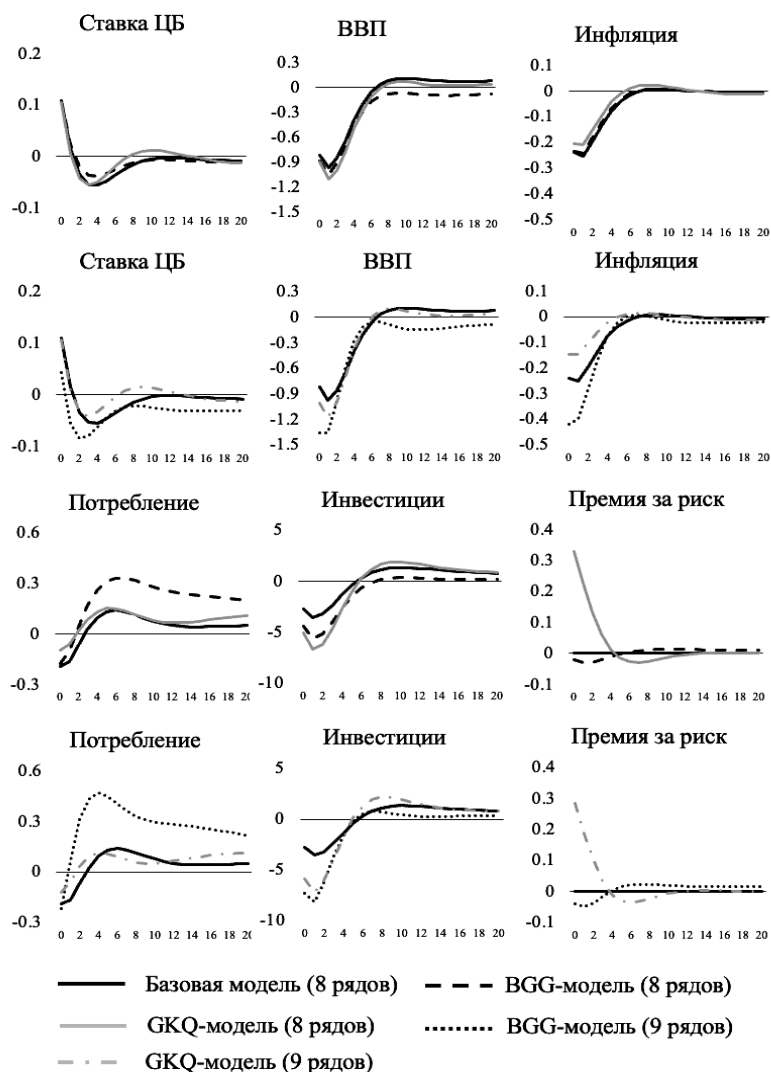
Таким образом, наше понимание трансмиссии шока государственного потребления может в существенной мере зависеть от используемой модели, особенно если мы заинтересованы в понимании влияния шока на различные компоненты ВВП по использованию.

На рис. 5 представлена реакция экономики на сдерживающий шок монетарной политики. При оценке на восьми рядах количественные оценки эффекта на ВВП и инфляцию в целом соответствуют оценкам, полученным в работах [Крепцев, Селезнев, 2016; Шульгин, 2014]. В первые кварталы после шока отклики ВВП в базовой модели и BGG-модели практически идентичны. Отклик ВВП в GKQ-модели также не слишком отличается от его отклика в двух других моделях. То же можно сказать об инфляции. Однако если мы будем анализировать динамику каждой из компонент ВВП по использованию, то увидим значительные расхождения между моделями. В моделях с финансовыми фрикциями спад в инвестициях заметно более существенен. Это может иметь значение с точки зрения выработки оптимальной политики. Например, на практике существенный спад в инвестициях может быть нежелателен ввиду возможного негативного влияния на процесс создания инноваций.

При переходе к оценке на девяти рядах мы получаем заметно отличающиеся от базовой модели импульсные отклики. Спад ВВП и инвестиций в ответ на рост ставки становится более существенным, особенно в BGG-модели. А характер изменения отклика инфляции в двух моделях отличается. В BGG-модели инфляция оказывается более чувствительной к шоку монетарной политики, в GKQ-модели – наоборот.

Что касается других шоков, то в моделях с финансовыми фрикциями шоки внешнего спроса оцениваются как менее персистентные. В ответ на рост страновой премии за риск спад выпуска в BGG-модели оказывается наименее существенным, в то время как

для GKQ-модели он, наоборот, заметно больше, чем в базовой. В каждом случае существенные различия мы видим в том числе в динамике компонент ВВП по использованию.



**Рис. 5.** Функции импульсного отклика в ответ на ужесточение монетарной политики в оцененных моделях, отклонения от стеди-стейта, %

Что касается роли шоков, связанных с финансовым сектором, то в моделях, оцененных на полном наборе данных, мы видим хоть и не доминирующее, но заметное влияние этих шоков на динамику выпуска и других переменных модели. В частности во время кризиса, вызванного COVID-19, в BGG-модели фиксируется рост рисков, который



объясняет существенную долю спада ВВП. Все это говорит в пользу необходимости использования пула альтернативных DSGE-моделей для анализа экономики.

## 5. Заключение

Принятие корректных решений по экономической политике требует качественной аналитики, основанной в том числе на современных количественных моделях. Важным является вопрос о том, какие требования стоит предъявлять к этим моделям и их структуре. В этой статье мы рассмотрели вопрос о том, необходимо ли включать в DSGE-модели российской экономики несовершенства финансового рынка (финансовые фрикции), ведущие к возникновению эндогенной рыночной премии за риск.

Для этого были разработаны три версии модели: базовая новокейнсианская модель открытой экономики с двумя производственными секторами; ее аналог, расширенный включением механизма финансового акселератора; и альтернативная модель с другим типом финансовых фрикций, основанных на агентской проблеме между банками и владельцами депозитов.

Анализ откалиброванных версий этих моделей позволил описать качественные различия в трансмиссии шоков в этих моделях и понять потенциальный масштаб количественных различий в случае российской экономики. Наличие в моделях с финансовыми фрикциями премии за риск может существенно повлиять на отклик инвестиций и, как следствие, других переменных – в зависимости от того, как тот или иной шок влияет на динамику премии за риск. Более того, в двух моделях с финансовыми фрикциями реакция премии за риск в ответ на тот же самый шок может быть разнонаправлена. Например, при росте государственного потребления в модели с финансовым акселератором премия за риск сокращается, благодаря чему наблюдается меньший спад инвестиций. В модели с агентской проблемой между банками и владельцами депозитов наоборот.

По результатам оценки моделей на российских данных без использования информации о динамике рыночной премии за риск мы можем заключить, что лучше всего описывает данные базовая версия модели. Однако модель с финансовым акселератором уступает ей не слишком сильно. Модель с агентской проблемой между банками и владельцами депозитов описывает данные существенно хуже. Если модели с финансовыми фрикциями оцениваются на данных, куда включается информация о рыночной премии за риск, то предпочтительнее также оказывается модель с финансовым акселератором. При этом оцененные версии альтернативных моделей дают различное представление о динамике компонентов ВВП в ответ на шоки, а иногда и динамика таких основных переменных, как выпуск и инфляция, тоже оказывается весьма различной.

В совокупности это позволяет нам заключить, что если перед лицом, принимающим решения по экономической политике, стоит задача использовать только одну модель, то более целесообразным будет применение базовой модели без финансовых фрикций. Однако учитывая масштаб различий в метрике, характеризующей точность описания данных, и заметную разницу в оценке реакции переменных на шоки, более предпочтительно будет использовать пул моделей, куда будут входить базовая модель и модель с финансовым акселератором.

Так, в модели с финансовым акселератором шок государственного потребления приводит к большему положительному отклику ВВП. Выбор модели также влияет и на

оценку эффектов монетарной политики: в модели с финансовым акселератором эффект на инфляцию и выпуск может быть более существенным. На примере оцененных моделей мы также подтверждаем, что в существенной мере отличаются именно отклики компонент ВВП по использованию.

Одним из вопросов для дальнейших исследований является выбор оптимального подхода к комбинированию моделей, входящих в пул используемых. В рамках этой задачи важным является оценка прогнозной силы индивидуальных моделей и их комбинаций.

\* \*  
\*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

*Андреев М.Ю., Полбин А.В.* Исследование эффекта финансового акселератора в DSGE-модели с описанием производства экспортного продукта // Журнал Новой экономической ассоциации. 2019. № 4(4). С. 12–49.

*Вотинов А.И., Лазарян С.С.* Влияние трендов в данных на качество оценок параметров DSGE-моделей // Экономический журнал ВШЭ. 2020. Т. 24. № 24(3). С. 372–390.

*Вотинов А.И., Станкевич И.П.* VAR-подход к оценке эффективности мер фискального стимулирования экономики // Финансовый журнал. 2017. №6 (40). С. 64–74.

*Зяблицкий И.Е.* Оценка фискальных мультипликаторов в российской экономике // Экономический журнал ВШЭ. 2020. Т. 24. № 2. С. 268–294.

*Иващенко С.М.* Динамическая стохастическая модель общего экономического равновесия с банковским сектором и эндогенными дефолтами фирм // Журнал Новой экономической ассоциации. 2013. № 3(19). С. 27–50.

*Иващенко С.М.* Модели ДСОЭР: проблема трендов // Финансовый журнал. 2019. № 2 (48). С. 81–95.

*Крепцев Д., Селезнев С.* DSGE-модель российской экономики с банковским сектором // Серия докладов об экономических исследованиях. 2017. № 27. С. 3–82.

*Шульгин А.Г.* Сколько правил монетарной политики необходимо при оценке DSGE-модели для России? // Прикладная эконометрика. 2014. № 4(36). С. 3–31.

*Bernanke B.S., Gertler M., Gilchrist S.* Chapter 21. The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework // Handbook of Macroeconomics. Elsevier. 1999. Vol. 1. P. 1341–1393.

*Buss G.* Financial Frictions in Latvia // Empirical Economics. 2016. Vol. 51. № 2. P. 547–575.

*Deak S., Levine P., Mirza A., Pearlman J.* Designing Robust Monetary Policy Using Prediction Pools: School of Economics Discussion Papers 1219. School of Economics, University of Surrey, 2019.

*Del Negro M., Hasegawa R.B., Schorfheide F.* Dynamic Prediction Pools: An Investigation of Financial Frictions and Forecasting Performance // Journal of Econometrics. 2016. Vol. 192. № 2. P. 391–405.

*Doojav G.-O., Kalirajan K.* Financial Frictions and Shocks in an Estimated Small Open Economy DSGE Model // Journal of Quantitative Economics. 2020. Vol. 18. № 2. P. 253–291.

*Gabriel V., Levine P., Yang B.* An Estimated DSGE Open Economy Model of the Indian Economy with Financial Frictions // Monetary Policy in India / ed. Ghate C., Kletzer K.M. New Delhi: Springer India, 2016. P. 455–506.

*Gertler M., Kiyotaki N., Queralto A.* Financial Crises, Bank Risk Exposure and Government Financial Policy // Journal of Monetary Economics. 2012. Vol. 59. P. S17–S34.

*Hansen N., Kern S.* Evaluating the CMA Evolution Strategy on Multimodal Test Functions // Parallel Problem Solving from Nature – PPSN VIII / ed. Yao X. et al. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004. Vol. 3242. P. 282–291.

*Iacoviello M.* House Prices, Borrowing Constraints, and Monetary Policy in the Business Cycle // *The American Economic Review*. 2005. Vol. 95. № 3. P. 739–764.

*Kass R.E., Raftery A.E.* Bayes Factors // *Journal of the American Statistical Association*. 1995. Vol. 90. № 430. P. 773–795.

*Kolasa M., Rubaszek M.* Forecasting Using DSGE Models with Financial Frictions // *International Journal of Forecasting*. 2015. Vol. 31. № 1. P. 1–19.

*Merola R.* The Role of Financial Frictions during the Crisis: An Estimated DSGE Model // *Economic Modelling*. 2015. Vol. 48. P. 70–82.

*McDaniel C.* Average Tax Rates on Consumption, Investment, Labor and Capital in the OECD 1950–2003 // *Arizona State University Manuscript*. 2007.

*Queijo von Heideken V.* How Important Are Financial Frictions in the United States and the Euro Area? // *Scandinavian Journal of Economics*. 2009. Vol. 111. № 3. P. 567–596.

*Smets F., Wouters R.* Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach // *The American Economic Review*. 2007. Vol. 97. № 3. P. 586–606.

*Suh H., Walker T.B.* Taking Financial Frictions to the Data // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2016. Vol. 64. P. 39–65.

## **Financial Frictions in a DSGE Model of Russian Economy**

**Mariia Elkina**

Financial Research Institute,  
3, p. 2, Nastasyinsky Lane, Moscow, 127006, Russian Federation.  
E-mail: elkina@nifi.ru

In this paper we study whether financial frictions should be accounted for in a DSGE model of Russian economy. We compare the baseline two-sector DSGE model of a small open economy with its version extended by financial accelerator and another version which assumes an agency problem between bankers and depositors. Using calibrated versions of these models, we show how the assumptions regarding the peculiarities of financial market change the transmission mechanisms of macroeconomic shocks. Specifically, the responses of investment and consequently other variables depend on the dynamics of risk premium. In case of financial accelerator model risk premium depends on net worth and leverage ratio of capital owners. In case of agency problem model financial position of bankers drives changes in risk premium. As a result, the risk premium either changes in the same direction in both models or changes in the opposite way. It determines whether the reaction of investment is amplified in case of financial frictions or not. Estimation of all three models using the same data set which does not include data on risk premium allows us to conclude that the baseline model fits the data better than models with financial frictions. However, the difference between the baseline model and the financial accelerator model is not that substantial. Estimation of two financial frictions models on the full data set which includes data on risk premium shows that the financial accelerator model is strongly preferred to the agency problem model. In addition, impulse response functions from estimated models indicate that accounting for financial frictions can noticeably alter our assessment of

transmission of various shocks. For example, if we do not account for financial accelerator, we can underestimate the positive response of output to government consumption shock and underestimate the reaction of output and inflation to monetary shocks. Moreover, financial sector shocks play a non-negligible role in explaining the fluctuations in output and other variables in historical data. We conclude that optimal economic policy decisions require using a combination of DSGE models with different financial sector assumptions.

**Key words:** financial frictions; financial accelerator; information asymmetry; agency problem; general equilibrium model; Bayesian estimation.

**JEL Classification:** C11, E32, E60, G10.

\* \*  
\*

### References

- Andreyev M.Yu., Polbin A.V. (2019) Studying the Financial Accelerator Effect in a Two-Sector DSGE Model for an Export-Oriented Economy. *Journal of the New Economic Association*, 44, 4, pp. 12–49. (In Russ.)
- Bernanke B.S., Gertler M., Gilchrist S. (1999) Chapter 21. The Financial Accelerator in a Quantitative Business Cycle Framework. *Handbook of Macroeconomics*, 1, pp. 1341–1393. Elsevier.
- Buss G. (2016) Financial Frictions in Latvia. *Empirical Economics*, 51, 2, pp. 547–575.
- Deak S., Levine P., Mirza A., Pearlman J. (2019) *Designing Robust Monetary Policy Using Prediction Pools*. School of Economics Discussion Papers 1219. School of Economics, University of Surrey.
- Del Negro M., Hasegawa R.B., Schorfheide F. (2016) Dynamic Prediction Pools: An Investigation of Financial Frictions and Forecasting Performance. *Journal of Econometrics*, 192, 2, pp. 391–405.
- Doojav G.-O., Kalirajan K. (2020) Financial Frictions and Shocks in an Estimated Small Open Economy DSGE Model. *Journal of Quantitative Economics*, 18, 2, pp. 253–291.
- Gabriel V., Levine P., Yang B. (2016) An Estimated DSGE Open Economy Model of the Indian Economy with Financial Frictions. *Monetary Policy in India* (eds. C. Ghate, K.M. Kletzer), New Delhi: Springer India, pp. 455–506.
- Gertler M., Kiyotaki N., Queralto A. (2012) Financial Crises, Bank Risk Exposure and Government Financial Policy. *Journal of Monetary Economics*, 59, pp. S17–S34.
- Hansen N., Kern S. (2004) Evaluating the CMA Evolution Strategy on Multimodal Test Functions. *Parallel Problem Solving from Nature – PPSN VIII* (eds. X. Yao et al.), Springer Berlin Heidelberg, Vol. 3242, pp. 282–291.
- Iacoviello M. (2005) House Prices, Borrowing Constraints, and Monetary Policy in the Business Cycle. *The American Economic Review*, 95, 3, pp. 739–764.
- Ivashchenko S.M. (2013) Dynamic Stochastic General Equilibrium Model with Bank Sector and Endogenous Firms Defaults. *Journal of the New Economic Association*, 3, 19, pp. 27–50. (In Russ.)
- Ivashchenko S.M. (2019) DSGE Models: Problem of Trends. *Financial Journal*, 2, pp. 81–95. (In Russ.)
- Kass R.E., Raftery A.E. (1995) Bayes Factors. *Journal of the American Statistical Association*, 90, 430, pp. 773–795.
- Kolasa M., Rubaszek M. (2015) Forecasting Using DSGE Models with Financial Frictions. *International Journal of Forecasting*, 31, 1, pp. 1–19.
- Kreptcev D., Seleznev S. (2017) DSGE-Models of Russian Economy with Bank Sector. *Bank of Russia Economic Research Paper Series*, 12, pp. 3–54. (In Russ.)

McDaniel C. (2007) Average Tax Rates on Consumption, Investment, Labor and Capital in the OECD 1950–2003. *Arizona State University Manuscript*.

Merola R. (2015) The Role of Financial Frictions during the Crisis: An Estimated DSGE Model. *Economic Modelling*, 48, pp. 70–82.

Queijo von Heideken V. (2009) How Important Are Financial Frictions in the United States and the Euro Area? *Scandinavian Journal of Economics*, 111, 3, pp. 567–596.

Shulgin A.G. (2014) How Many Monetary Policy Rules Are Needed When Estimating the DSGE Models for Russia? *Applied Econometrics*, 36, 4, pp. 3–31. (In Russ.)

Smets F., Wouters R. (2007) Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach. *The American Economic Review*, 97, 3, pp. 586–606.

Suh H., Walker T.B. (2016) Taking Financial Frictions to the Data. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 64, pp. 39–65.

Votinov A.I., Lazaryan S.S. (2020) The Influence of Trends in the Data on the Accuracy of DSGE Model Estimates. *HSE Economic Journal*, 24, 3, pp. 372–390. (In Russ.)

Votinov A.I., Stankevich I.P. (2017) VAR Approach to Efficiency Evaluation of Fiscal Economy Encouragement Measures. *Financial Journal*, 6, pp. 64–74. (In Russ.)

Zyablitskiy I.E. (2020). Estimating Fiscal Multipliers in Russian Economy. *HSE Economic Journal*, 24, 2, pp. 268–294. (In Russ.)