

УДК 336

Макрофинансы: сигмоидная динамика денег, долга и богатства

Смирнов А.Д.

Предлагается компактная модель интегрированной макрофинансовой системы, поведение которой представлено динамикой денег, долга и богатства. Противоречивое взаимодействие этих индикаторов, замеченное еще Аристотелем, ярко проявляется на современном этапе финансовализации глобальной экономики, особенно в использовании счетов «отложенного» актива центрального банка.

В модели макрофинансовые активы, обязательства и реальное богатство сбалансированы благодаря дуальности денег, служащих стандартом «отложенных», либо текущих, платежей. Накопление подлинного богатства и формирование макродолга (ожидаемого, нереализованного богатства) связаны посредством оборота ликвидности между финансовым и реальным сегментами рынка денег. Объем финансовых контрактов измеряется «собственным» временем системы, которое фиксирует даты погашения основной массы обязательств. Финансы не производят вещественные блага, поэтому накопление богатства происходит в режиме календарного времени на реальном (агрегированном товарном) рынке. Динамика денег, долгов и богатства моделируется логистическими обыкновенными дифференциальными уравнениями. Решения этих ОДУ образуют трехмерные поверхности равновесных состояний макрофинансовой системы, которые достигаются при условии полного исполнения всех обязательств.

Рассчитываются индексы общего, финансового и реального богатства, а поведение системы изучается для заданных значений реальных ресурсов, ликвидности, ставок доходности, темпов эмиссии денег и сроков погашения

Статья подготовлена в Международной лаборатории макроэкономического анализа в рамках программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

Автор выражает свою благодарность В.Д. Газману, С.А. Мерзлякову, С.Э. Пекарскому, С.Ф. Сергиной, Д.Л. Хлыстуну, анонимным рецензентам статьи, а также всем участникам теоретического семинара МЛМА за содержательные соображения и замечания. Разумеется, ответственность за содержание статьи лежит целиком на ее авторе.

Смирнов Александр Дмитриевич – заслуженный деятель науки РФ, д.э.н., профессор, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». E-mail: adsmir@hse.ru

Статья поступила: 25.04.2023/Статья принята: 07.09.2023.

макрофинансовых обязательств. Так, модель демонстрирует, что финансы мультиплицируют общественное богатство, повышая эффективность трансформации денег в капитал (реальные ресурсы). Избыток ликвидности на финансовом сегменте рынка денег оказывается совместимым с ее дефицитом на реальном сегменте, и наоборот. Пересечение индексов общего и финансового богатства соответствует «нейтральности денег», возникающей при отсутствии роста реальных ресурсов. Различные сочетания ставок процента и темпа эмиссии денег приводят к отклонениям системы от сбалансированной траектории и могут порождать критические явления, аналогичные резонансу. Негативные последствия финансиализации экономики приводят к появлению «горба» на поверхности реальной стоимости обязательств, имеющих большие сроки погашения. Модель параметризирована на эмпирических данных и иллюстрирована численными примерами.

Ключевые слова: финансиализация экономики; деньги; логистические уравнения; долги и богатство; финансовый рычаг.

DOI: 10.17323/1813-8691-2023-27-3-317-363

Для цитирования: Смирнов А.Д. Макрофинансы: сигмоидная динамика денег, долга и богатства. *Экономический журнал ВШЭ*. 2023; 27(3): 317–363.

For citation: Smirnov A.D. Macrofinance: The Sigmoidal Dynamics of Money, Debt and Wealth. *HSE Economic Journal*. 2023; 27(3): 317–363. (In Russ.)

1. О концепции функционирования макрофинансовой системы

1.1. Тенденции цифровизации финансов

За последние годы все более отчетливо проявляется тенденция интеграции финансовой деятельности и высоких, прежде всего цифровых, технологий. Компьютеризированные системы, так называемые quant funds, осуществляют все более значимый объем операций с финансовыми активами на рынках исходных и производных инструментов. Центральные банки ведущих стран мира активно разрабатывают цифровые валюты (central bank digital currency, CBDC), многие из которых либо уже действуют, либо проходят экспериментальную апробацию [BIS, 2020; Концепция цифрового рубля, 2021].

Высокотехнологические корпорации активно «вторгаются» в сферу финансовой, особенно банковской, деятельности. В 2018–2019 гг. компания Facebook (в настоящее время Meta¹) намеревалась эмитировать Libra – частную цифровую валюту, предназначенную для международного обращения. Однако, встретив сопротивление основных центральных банков мира, этот амбициозный проект был сначала радикально пересмотрен, включая переименование этой валюты в Diem, а затем и просто «положен под сукно». Действия корпорации Apple в сфере финансов представляются более осторожными и осмотритель-

¹ Деятельность Meta (соцсети Facebook и Instagram) запрещена в России как экстремистская.

ными, но не менее последовательными. Так, в 2023 г. этот гигант заключил соглашение с одним из крупнейших банков, Goldman Sachs, о совместном развитии платежной системы Apple Pay Later.

Заметно активизировались работы по созданию универсальных цифровых платформ, интегрирующих иерархические информационные системы различных видов: обмена новостями и посланиями, проведения дискуссий, осуществления платежей и различной коммерческой деятельности. Один из подобных проектов, «everything app», разрабатывается, в частности, известным американским предпринимателем Э. Маском. Предполагается, что эта универсальная цифровая платформа, обслуживая миллионы пользователей, будет использовать гигантские объемы информации и новейшие технологии их обработки, включая большие модели искусственного интеллекта (Artificial General Intelligence, AGI).

Прообразы универсальных платформ, такие как, например, система WeChat Pay в Китае с многими миллионами пользователей, уже существуют. Взаимодействие участников медиа-платформы Reddit, владеющих мобильным банковским приложением Robinhood, весомо проявило себя в конце 2020 – начале 2021 гг. как сила, способная привести в действие миллиарды долларов на финансовых рынках США. Уже сейчас эффекты комбинации средств массовой информации и мобильных банковских операций стали фактором, резко ускорившим, как правило, неожиданные переливы средств между участниками различных сегментов финансового рынка. На рис.1 видно, как более чем в три раза сократились сроки притока значительных объемов ликвидности во взаимные денежные фонды, которые являются важными участниками рынка денег (коротких финансовых инструментов). По мнению экспертов, все эти процессы значительно усилили финансовые импульсы, особенно негативные. Это в немалой степени способствовало банкротству американских банков SVB и First Republic, а также швейцарского Credit Suisse в марте–апреле 2023 г.

Inflows into money market funds during Fed tightening cycles (\$bn)

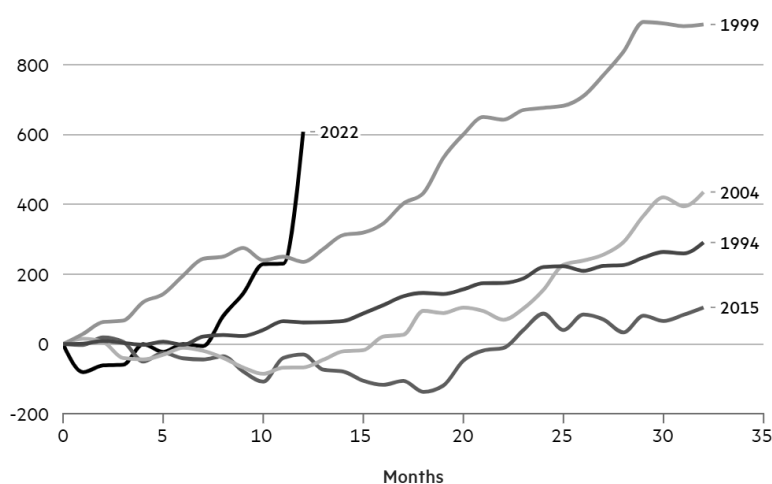


Рис. 1. Сроки и объемы поступления средств во взаимные фонды

Источник: Financial Times, April 6, 2023.

Масштабная цифровизация финансов поднимает важные вопросы методологии изучения процессов формирования и дальнейшего развития мировой финансовой системы, особенно ее новых компонент, таких как универсальные цифровые платформы, включающие управление активами на триллионы долларов. По-видимому, эти процессы будут происходить одновременно на разных уровнях интеллектуальной и технологической иерархии. Особо следует подчеркнуть, что построение гигантских информационных систем, разработка методов алгоритмизации больших массивов данных, координация действий сотен миллионов пользователей универсальных платформ не должны проложить «дорогу к рабству», пусть цифровому, о чем предупреждал Ф. Хайек много лет тому назад [Наук, 1944]. Разработка концептуальных основ взаимодействия рыночных сил и регулятивных институтов должна быть основана, в таком контексте, на адекватном понимании природы и механизмов функционирования реальных макрофинансовых систем.

В определенном смысле, история повторяется. Так, появление цифровых денег (биткойна и его аналогов, стабильных валют и CBDC) явилось мощным стимулом восстановления интереса экономистов к изучению природы, свойств и функций денег как важнейшего социально-экономического феномена [Borio, 2018]. Напомним, что концепция цифровых денег (bitcoin) была изложена в знаменитой статье Сатоши Накамото² [Nakamoto, 2007]. Можно, конечно, долго дискутировать о вкладе данной работы в теорию денег (кстати, этот термин в статье отсутствует), но ее колоссальное влияние на развитие современных платежных систем совершенно бесспорно. Соответственно, создание универсальных цифровых платформ, на наш взгляд, должно стимулировать усиление исследований и моделирования современных макрофинансовых институтов и систем.

Примерно в это же время Нобелевский лауреат Дж. Стиглиц призвал к разработке новой парадигмы экономической теории [Stiglitz, 2010]. Думается, что это – не случайное совпадение. Новая парадигма, по нашему мнению, должна содержать взвешенную, научно-обоснованную позицию относительно роли финансов в решении экономических проблем. Уже сейчас заметно, как внимание ученых, представляющих различные направления теории, все более фокусируется на изучении процессов финансовализации экономики. Представляется, что концепция функционирования финансовой системы должна быть достаточно простой, понятной и компактной, учитывающей, в том числе, ограниченные возможности человеческого интеллекта одновременно работать с независимыми переменными (признаками). Итог коллективных усилий может мыслиться как синтез многовековых представлений о природе экономики, финансов и трансформации денег в производительный капитал³.

² Интересно отметить, что статья С. Накамото *Bitcoin: a Peer-to-Peer Electronic Cash System*, всего 8 страниц, появилась не в маститом академическом журнале, значимость которого подогревается «наукометрическими» рейтингами, а в свободном и нерецензируемом интернете. Кстати, до сих пор доподлинно неизвестно, является ли С. Накамото конкретной личностью или это – коллективный псевдоним типа Николая Бурбаки или Козьмы Пруткова.

³ Допустима следующая, возможно не вполне корректная эстетически, аллюзия. Уподобив массивы исходных данных о реальных экономических и финансовых системах глыбе каррарского мрамора, синтез этой информации, воплощенный, к примеру, в универсальной цифровой платформе, может предстать творением, в каком-то смысле подобным «Пьете» или «Давиду» гениального Микеланджело Буонарроти. Как произойдет переход от первого ко второму? Сам Микеланджело был критиком и убедителем: «Все просто. Я беру кусок мрамора и отсекаю все лишнее и ненужное».

1.2. Общая характеристика модели

В данной статье предлагается предельно агрегированная модель функционирования системы взаимосвязанных рынков денег, долгов и богатства. Модель имеет концептуальную направленность, и ее адаптация к использованию имеющихся массивов эмпирической информации, в частности исчисление соответствующих индексов состояний системы, требует дополнительных исследований, уточнений и обоснований. В работе не рассматривается проблематика стохастичности агрегированного спроса и предложения ресурсов и денег, равно как и социально-экономических воздействий на макрофинансы. «Циклический» характер макрофинансовых процессов предполагает их моделирование в области комплексных чисел, но в данной статье макрофинансовые индексы определены лишь для их действительных значений.

Блок-схема на рис. 2 интегрированной макрофинансовой системы представляет ее динамику через взаимодействие финансового и реального рынков, которое происходит в процессе свободного обращения ликвидности. Долговые инструменты не функционируют как средство платежа, и это свойство отражается в модели через обмен денег на ресурсы в объемах, соответствующих приведенной стоимости совокупного долга, и их трансформацию в производительный капитал. Эта важная особенность рыночной экономики отображена в модели посредством равенства доходов от использования ресурсов текущим платежам в счет погашения долга. Как следствие, стоимостные объемы активов, обязательств и богатства балансируются, если отсутствуют либо дефицит, либо избыток ликвидности на реальном и финансовом сегментах денежного рынка.

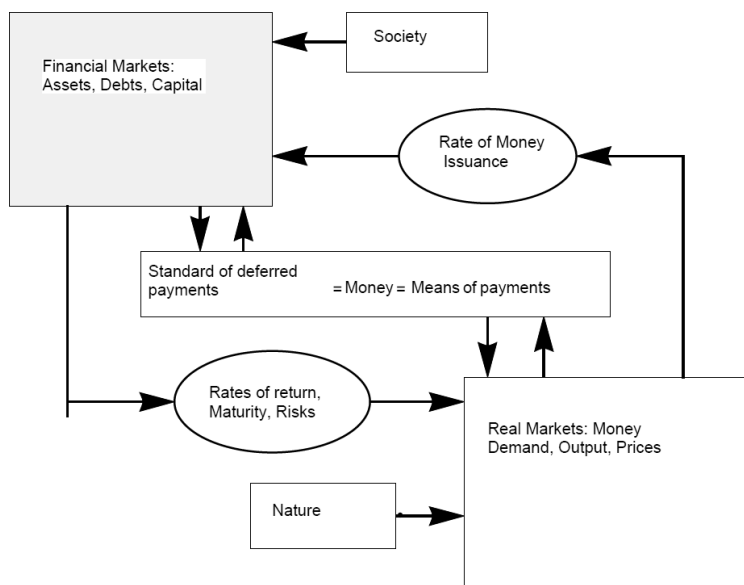


Рис. 2. Блок-схема интегрированной макрофинансовой системы

Динамика денег, долга и реальных ресурсов моделируется обыкновенными дифференциальными уравнениями логистического типа, параметры которых рассчитываются на основе доступной информации об обществе и окружающей среде. Соответствующие сигмоиды (решения логистических ОДУ) образуют трехмерные поверхности индексов состояний макрофинансовой системы, параметризованных на эмпирических данных. Динамические характеристики системы изучаются для заданных значений реальных ресурсов и ликвидности, ставок доходности, темпов эмиссии денег и сроков погашения макрофинансовых обязательств.

Предлагаемая модель макрофинансов обнаруживает ряд свойств, которые не раскрываются в исследованиях одномерной динамики системы. Так, финансы многократно увеличивают масштабы общественного богатства, но его воспроизводство происходит благодаря трансформации денег в производительный капитал (реальные ресурсы). Различные краткосрочные шоки, порождая избыточную ликвидность реального рынка, одновременно создают дефицит денег на финансовом рынке, и наоборот. «Горб», появляющийся на поверхности реальной стоимости обязательств, имеющих большие сроки погашения, говорит о негативных последствиях финансовой эволюции экономики. Пересечение индексов общего и финансового богатства соответствует «нейтральности денег», возникающей при отсутствии роста реальных ресурсов. Различные сочетания ставок процента и темпа эмиссии денег могут приводить к отклонениям системы от сбалансированной траектории развития системы; они способны также порождать критические явления, аналогичные резонансу.

2. Деньги и финансовая эволюция экономики

В данном разделе статьи рассматриваются основные экономические предпосылки, лежащие в основе предлагаемой макрофинансовой модели. Формулируются различные свойства денег, которые появляются при трансформации последних либо в финансовые инструменты, либо в производительный капитал (реальные ресурсы). Исследуются макроаспекты финансовой эволюции экономики, включая понятие «отрицательного собственного капитала».

2.1. О некоторых свойствах денег

Вещественные, информационные и интеллектуальные ресурсы формируют общественное богатство, а потребности в их увеличении мотивируют экономическое развитие, которое происходит благодаря трансформации денег в производительный капитал. Стоимость совокупных ресурсов, денежная масса (ликвидность) и макрофинансовые обязательства взаимодействуют на финансовых и реальных рынках, функционирование которых взаимосвязано и взаимообусловлено. Так, стоимость совокупных ресурсов, покупаемых данным объемом ликвидности, объективно выступает материальным «залогом» ожидаемого богатства, оформленного долговыми обязательствами. Надежность и устойчивость этих связей, в конечном счете, определяют ценность национальной валюты и формулируют мандат ответственной монетарной политики центрального банка⁴.

⁴ Исполнение этого мандата может достигаться различными способами, включая «архаичное» таргетирование денежных агрегатов либо применение трансмиссионных механизмов ставок доходностей.

Истоки понимания взаимосвязей экономики и денег могут быть прослежены вплоть до размышлений Аристотеля, представленных в его знаменитой дихотомии экономики и хрематистики (*χρηματα* – деньги). В ней экономика, т.е. использование ресурсов в интересах удовлетворения общественных и личных потребностей, противопоставлена хрематистике, или спекулятивным изменениям массы денег [Wagne, 2007]. На различных уровнях экономической иерархии взаимодействие денег и ресурсов реализуется по-разному. Джону Стюарту Миллю принадлежит глубокое утверждение о деньгах как «механизме, который делает быстро и удобно то, что может быть сделано без них, хотя и менее быстро и удобно; как все подобные механизмы, деньги дают о себе знать, только когда выходят из строя» [Mill, 1878, с. 341]. Многовековая история финансов убедительно подтверждает весомость и обоснованность этих утверждений: денежная масса, не обеспеченная реальными ресурсами, никогда не увеличивала общественное богатство, но способна его мультиплицировать при нормальном воспроизводстве ресурсов, равно как и увеличивать потери общества при неблагоприятном стечении обстоятельств.

Одной из величайших мистерий многовековой финансовой практики является, пожалуй, процесс создания денег. Еще в XV в. венецианский сенатор Томмазо Контарини заметил, что банковский заем предоставляется клиентам *ex nihilo*, простым «росчерком пера» [Galbraith, 1975]. Однако, по мнению Нобелевского лауреата Дж. Тобина, способность банкиров «обогащать своих друзей» весьма преувеличена, поскольку они создают финансовые обязательства, неуклонное исполнение которых ответственными участниками рынка предусмотрено рыночными контрактами [Tobin, 1962]. Иными словами, коммерческий заем возникает *ex nihilo* только как первоначальный импульс, а в дальнейшем обращении денег он должен быть полностью возмещен доходами, включая рыночный процент.

Современные фидуциарные деньги (*fiat money*), что относится и к их цифровым видам (*cryptocurrencies, stablecoins and CBDC*), служат стандартом платежей по операциям купли-продажи товаров и услуг, несмотря на то, что истинное содержание единицы их измерения не всегда определено. Не вдаваясь в тонкости обсуждения «кредитной теории» денег, заметим, что деньги имеют две цены [Friedman, 1969]. Цена денег как средства платежа является обратной величиной их покупательной способности; она реализуется при покупке товаров, активов или услуг. Поэтому ставка процента (длинная или короткая) реализует цену временной компоненты стоимости денег.

Особенность продажи финансовых, прежде всего долговых, инструментов состоит в том, что их продавцы связаны обязательствами их погашения. Измерение этих процессов деньгами А. Митчелл-Иннес определял через атрибут «стандарта отложенных платежей», понимая под этим регулярные выплаты в счет погашения займов и других финансовых обязательств⁵ [Mitchell-Innes, 1913]. Заметим, что полное исполнение обязательств, которое рынок возлагает на продавцов долговых инструментов, определяет, по сути, состояние сбалансированной (равновесной) макрофинансовой системы. Следовательно, в рамках объективно существующего общественного договора деньги формируют макрофинансовые обязательства, которые должны обеспечиваться либо доверием (*full*

⁵ Три атрибута денег – стандарта стоимости и средства как текущих, так и «отложенных» платежей, – на наш взгляд, достаточно полно характеризуют роль денег в современном экономическом обороте. Интересно отметить активизацию дискуссий о содержании и функциях современных денег, например, о «якорных» свойствах CBDC [Vofinger, Naas, 2023].

faith and credit), либо залогом (collateral). При этом, в финансовой иерархии одни инструменты обычно служат обеспечением стоимости других, что особенно характерно для рынков производных инструментов, например, секьюритизированных активов. В силу этого основой устойчивого и эффективного финансового рынка является, в конечном счете, общественное доверие к деньгам, которое поддерживается законами и всеми средствами принуждения, которыми располагает государство⁶.

Современные финансовые рынки, особенно долговые, представляют гигантскую информационную структуру, охватывающую иерархическую совокупность сложных и разнообразных контрактов, исполнение которых носит обязательный характер. Совокупный (частный и государственный) мировой долг в I квартале 2023 г. достиг рекордной отметки в 305 трлн долл. [ИФ, 2023]. В определенном смысле, макродолг можно трактовать как «отложенный» актив, стоимость которого соответствует величине нереализованного («обещанного» или ожидаемого) богатства. В свою очередь, в сбалансированной макрофинансовой системе объем номинального долга (debt outstanding) диктует размер ликвидности, которая может быть использована как средство текущих платежей, поскольку долговые инструменты, за исключением денег, не служат платежным средством.

Свойство денег как «мгновенно» погашаемого долга будет рассмотрено в разделе 3.3. Логическая связь понятий долга и денег определяется тем, что деньги предстают как воплощение дисконтированной стоимости ожидаемого будущего долга. Уверенность кредиторов и заемщиков в его погашении основана на информации о взаимосогласованной структуре действующих долговых обязательств, а также о ходе их исполнения. Соответственно, денежная масса, представляя приведенную стоимость номинального долга (debt outstanding) и формируя объем финансовых обязательств, подлежащих исполнению, предопределяет основные контуры процесса создания совокупных активов в будущем периоде.

Для коммерческого банка «момент истины» наступает, когда заемщик использует кредит, т.е. реализует обязательства банка-кредитора деньгами, имеющими статус легального платежного средства. Исполнение обязательств любого коммерческого банка поэтому предполагает привлечение депозитов, формирующих денежную базу реального обеспечения займов. Если в этом отношении их операции неудачны, то неизбежны либо крах, как банка *Lehman Brothers* осенью 2008 г. в США⁷, либо практическая национализация, типа выкупа итальянским правительством в 2013 г. *Banca Monte dei Paschi di Siena*, старейшего в мире (год основания – 1472). Поэтому любой коммерческий банк, не способный эмитировать собственные обязательства как общепризнанные legal tender, не может функционировать при отрицательном собственном капитале. На современном этапе финансовализации экономики это важнейшее утверждение экономической теории приобрело новое содержание.

⁶ Во времена монгольского императора Китая, Хубилая (XIII в.), отказ продавца товара от акцепта бумажных денег, как официального платежного средства, неотвратимо карался его смертной казнью.

⁷ Некий конгрессмен, со своеобразным чувством юмора, предложил объявить 15 сентября национальным праздником США – днем «свободного рынка». В этот день банк *Lehman Brothers*, которому правительство отказало в финансовой поддержке, начал процедуру собственного банкротства, ставшую прологом к сильнейшему мировому финансовому кризису.

2.2. Некоторые аспекты финансиализации экономики

«Финансиализация» экономики, если трактовать этот термин как получение денежных доходов в зависимости от вклада в создание подлинного общественного богатства, является объективным процессом развития и интеграции различных экономических рынков. Не подлежит сомнению, что экономика примитивных финансов увеличивает богатство намного медленнее, чем система, имеющая развитый и эффективный финансовый рынок. Закономерным итогом процесса финансиализации стала интеграция монетарных, финансовых и реальных рынков в национальном, региональном и глобальном масштабах. Именно этот процесс выдвинул центральные банки на роль основных регуляторов современных экономических процессов. Вместе с тем, становятся все более очевидными и негативные последствия «избыточной» финансиализации, которая придает деньгам мистическую способность увеличения стоимости реальных активов.

Современная экономика, имея «слишком много хороших финансовых инструментов» [Кау, 2015], создает основную массу доходов не в производстве товаров, а преимущественно, в сфере обращения. Между тем безусловное доминирование финансовых стратегий может губительно сказаться на развитии как производства, так и общества в целом. Например, резкое усиление имущественного неравенства в значительной мере совпало с процессами финансового «дерегулирования», происходившими с конца 70-х годов прошлого столетия в США, а затем и в других экономически развитых странах. Разорение в 2022 г. компании Cisco Systems, некогда одной из лидеров высоких технологий, явилось следствием утраты позиций на этом сегменте рынка из-за «увлечения» чисто финансовыми операциями типа «обратного выкупа акций». Маргинальной формой «зарабатывания» долларов во время пандемии 2020 г. стали спекуляции пользователей мобильного приложения Robinhood, которые они проводили, в буквальном смысле, сидя на диване.

Вопросы подчинения *de facto* интересов экономического развития извлечению денежных доходов привлекают большое внимание экономистов, финансистов, социологов и представителей других наук. Например, сравнительно недавно вышедший «Справочник по вопросам финансиализации» утверждает, что на эту тему было опубликовано свыше 400 научных статей [Mader, 2019]. Растущая долговая нагрузка, резко усилившая экономическое неравенство в мире, заставила ООН подготовить доклад о шокирующих последствиях этого процесса [UNCTAD, 2023]. Доминирование финансов в экономике, разумеется, не остается «незамеченным» [Brunnermeier, 2016], но следует признать, что четырехкратное превышение стоимости финансовых активов объема мирового ВВП – это результат процессов, о которых мы знаем совершенно недостаточно⁸. Макроаспекты финансиализации особенно значимы, поскольку они отражают качественные изменения, происходящие во всех сферах экономической активности.

Регулярная, и практически неограниченная, поддержка крупных компаний и, особенно, системно-значимых банков (*too big to fail*) правительствами и центральными банками хорошо известна. Многие эксперты вполне обоснованно говорят о фактической

⁸ Претендующая на серьезные обобщения работа Б. Де Лонга о финансиализации не упоминает, хотя этот неоднозначный, особенно по своим социальным последствиям, процесс резко усилился именно в конце XX – начале XXI вв. [De Long, 2022].

«национализации» банковской системы ряда ведущих стран. Это происходит, по нашему мнению, в наихудшем варианте, поскольку общество возмещает все убытки банкротов, позволяя им получать неограниченные прибыли в «нормальных» экономических условиях. Шлейф так называемых «зомби-банков» (или зомби-компаний), образующийся после масштабных операций по их спасению, является одной из основных причин замедления роста производительности труда и стагнации экономики во многих странах мира. По сравнению с прямой и неприкрытой поддержкой неэффективных участников рынка, обращение центральных банков к технологиям «отрицательного собственного капитала» гораздо менее известно.

2.3. «Отложенные» платежи и «отложенный» актив

Гигантские масштабы материальных и денежных потоков, наряду с растущей вовлеченностью центральных банков в управление экономикой, не только усилили процессы создания денег *ex nihilo*, но и придали им новые черты и особенности. Преимущества центрального банка по сравнению с коммерческими банками в создании денег «из ничего» достаточно очевидны. Являясь исключительным эмитентом суверенной ликвидности, центральный банк, при условии всеобщего акцепта денег и доверия к ним, не может разориться. Оба эти свойства обычно поддерживаются законами, авторитетом и всеми средствами принуждения государства⁹. В совокупности сказанное означает, что исключительные эмитенты национальной валюты способны (абсолютно легально) работать с балансами при отрицательной стоимости собственного капитала.

Многовековая «порча монет» (money debasement) королями и другими сюзеренами, а также инфляционные последствия этого способа формирования доходов, хорошо изучены. Напомним, что Клеопатра – знаменитая царица Египта, продолжив монетарную политику Птолемея (своего отца и деда), уменьшила на три четверти золотое содержание монет собственной чеканки. Падение покупательной способности денег и всеобщее обнищание населения облегчили завоевание Римом этой древнейшей страны.

Единая природа феноменов «порчи монеты» и «отложенного» актива объективно вуалировалась во времена, когда денежная масса формировалась вне прямой связи с обменом и производством вещей, а золото выступало независимой мерой (стандартом) стоимости ресурсов, товаров и услуг. Между тем трактовка консолидированного баланса центрального банка, эмитирующего резервную (суверенную) валюту, совершенно однозначно указывает на тождественность этих процессов. Так, согласно табл. 1, обязательства центрального банка, т.е. наличные и безналичные деньги в объеме L , могут быть лишь частично обеспечены активами A .

Итоговый баланс в табл. 1 воспроизводит величину активов, тогда как в экономике циркулирует гораздо больший объем ликвидности (обязательств). Но поскольку суверенная валюта не подлежит конвертации в другую валюту, либо specie, то центральный банк (и только он) может использовать свои обязательства как активы, т.е. сформировать на левой стороне баланса «отложенный капитал» (deferred asset).

⁹ Понятие «суверенные» деньги означает отсутствие необходимости их конвертации в некоторый другой актив, в частности, некоторые специальные активы (specie), например, золото. На международном уровне термин «суверенные» деньги эквивалентен понятию резервной валюты.

Таблица 1.

Отрицательный капитал ЦБ

Активы	Пассивы
Стоимость активов центробанка, A	Стоимость обязательств центробанка, L
	Отрицательный собственный капитал, $-(L - A) < 0$
Итого: стоимость активов, A	Итого: стоимость активов, A

В табл. 2 равенство активов и пассивов восстанавливается, но с реалистичным итогом, равным объему совокупных обязательств. В определенном смысле, возможность центрального банка работать с отрицательным собственным капиталом является одной из реализаций свойства больших чисел: в экономике, оперирующей триллионами долларов, их миллиард как бы «не существует». Лучше сказать, он «незаметен», поскольку разрыв между ними измеряется тремя порядками ($10^{12} = 10^9 \cdot 10^3$), тогда как доллар равен лишь 100 центам. Разумеется, технология работы с «отложенным» активом – не волшебная палочка, способная преобразовать обязательства центрального банка в реальные ресурсы. Экономически эта операция перекадывает текущие издержки на общество, его будущие поколения. Вместе с тем, если возмещению подлежит лишь относительно небольшая часть общего долга, то монетарная политика «ответственного» центрального банка может не иметь явных инфляционных последствий.

Таблица 2.

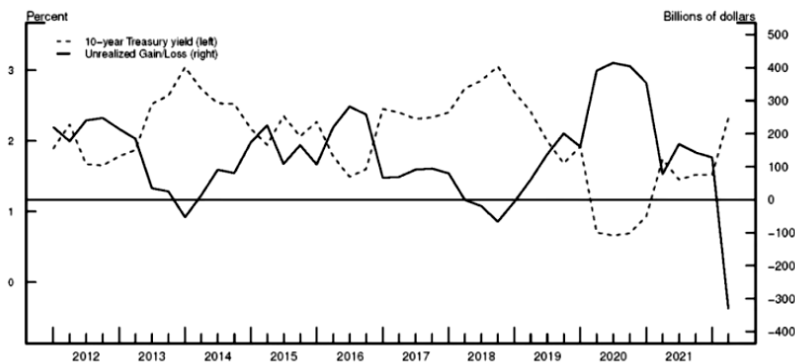
Отложенный актив ЦБ

Активы	Пассивы
Стоимость активов центробанка, A	Стоимость обязательств центробанка, L
Отложенный актив, $(L - A) > 0$	
Итого: стоимость обязательств, L	Итого: стоимость обязательств, L

2.4. «Отложенный» актив (deferred asset) в политике ФРС

Переход от «количественного смягчения» (quantitative easing, QE) к политике «количественного ужесточения» (quantitative tightening, QT) в конце 2021 г. привлек внимание экспертов к операциям ФРС с «отложенным» активом. По существующим правилам, ФРС после возмещения своих текущих затрат все доходы от имеющегося портфеля активов перечисляет казначейству США. Общая сумма таких перечислений за послекризисный период 2010–2020 гг. превысила триллион долларов. Между тем, на рис. 3 видно, что повышение ставок процента, а также «сжатие» баланса ФРС, согласно экспертным оценкам, привели к убыткам ФРС на сумму порядка 200–300 млрд долл. [Fed Guy, 2022]. По данным за I квартал 2023 г. ФРС задолжала казначейству США 41 млрд долл. [Hogan, 2023]. Эта величина, однако, была полностью компенсирована путем «обеспечения» (collateralization) будущих «ожидаемых» доходов ФРС по счетам deferred assets. Таким образом, монетарная

политика, использующая технологию «отложенного актива», стала как бы инвариантной к изменениям доходности портфеля наличных активов.



Source: Federal Reserve, H.15 Select Interest Rates, <https://www.federalreserve.gov/releases/h15/>; Federal Reserve, Federal Reserve Banks Combined Quarterly Financial Report and Federal Reserve Banks Combined Financial Statements.

Рис. 3. Доходы и расходы портфеля активов ФРС

Источник: FedGuy, <https://fedguy.com>

Это, так сказать, современное прочтение категории «отложенного» актива имеет не только большое практическое, но и теоретическое значение. С одной стороны, нет ничего нового в том, что центральные банки создают деньги *ex nihilo*. Они это делали всегда, но в форме пассивного реагирования (неизменно положительного и возмездного) на спрос коммерческих банков, нуждающихся в дополнительных резервах. Альтернативно, денежная эмиссия «обеспечивалась» долгами, которые эмитировало правительство. Между тем обращение к технологии *deferred assets* означает, что центральный банк впервые самостоятельно инициировал эмиссию суверенной валюты, не обеспеченной другими активами, кроме своих «ожидаемых», будущих доходов.

В настоящий момент трудно сказать, является ли указанный способ «решения» экономических проблем следствием прагматичной попытки ФРС преодолеть полосу текущих трудностей (вспышка инфляции, «сжатие» баланса и увеличение ставки процента) либо он знаменует начало новой политики центрального банка. В любом случае, однако, следует иметь в виду, что существенное увеличение долговых обязательств, как будет показано в разделе 6.4, чревато возникновением критических явлений.

3. Модель динамики денег и долга

Структура макрофинансовой модели конкретизирует и квантифицирует основные положения экономической гипотезы, высказанные в предыдущем разделе статьи.

3.1. Уравнения денег, долгов и ставок доходности

Целесообразно начать изложение модели с напоминания об основном (фундаментальном) уравнении финансовой теории, что позволит выявить различия макро- и микро-

трактовок этого уравнения. Напомним основные характеристики так называемого «фундаментального» уравнения микро-, или корпоративного, долга:

$$(1) \quad F(t, T) = F(T, T) \exp[-r(t, T)(T - t)]; \\ 0 \leq t \leq T; \quad T = \text{const},$$

где $F(t, T)$ – приведенная (дисконтированная) стоимость погашаемого номинала; $r(t, T)$ – ставка (длинной) доходности долгового инструмента; $(T - t)$ – время до погашения (time-to-maturity) данного долга.

Уравнение (1) соответствует динамике погашения долга, которая происходит вдоль координаты календарного времени t при заданной дате погашения T . Подчеркнем, что экономически уравнение (1) отражает нормативное требование кредитора к должнику. Это требование конкретизируется величинами ставки процента $r(t, T)$, номинала долга $F(T, T)$ и даты T его погашения, которые зафиксированы в соответствующем контракте. Уравнение (1) предполагает погашение долга разовым платежом, и оно легко модифицируется, если необходимо учесть периодические выплаты (купонные платежи) в течение длительных периодов погашения долга.

Основной характеристикой уравнения (1) является именно конечность сроков погашения конкретных сумм, одолженных на определенный срок под фиксированный процент. Это уравнение, и его различные модификации, широко используются в теории и финансовой практике [Bolder, 2001]. Так, если положить $F(T, T) = 1$, то оно является основой для исчисления ставок спот $r(t, T)$, форвардной $f(t, T)$ и «мгновенной» $r(t, t)$ доходности:

$$(2) \quad r(t, T) = -\frac{\ln F(t, T)}{T - t}; \quad f(t, T) = -\frac{\partial \ln F(t, T)}{\partial T}; \\ r(t, t) = \lim_{T \rightarrow t} r(t, T) = -\frac{\partial \ln F(t, t)}{\partial t}.$$

Следует заметить, что, строго говоря, выражение (1) – это не уравнение, а запись функциональной зависимости приведенной стоимости долга от величины его номинала и характеристик времени. Такая «подмена понятий», на наш взгляд, не случайна. Как будет показано в разделе 4.1, она объясняется «обрубанием» траектории решения соответствующего ОДУ динамики микродолга, что исключает из анализа его стационарную точку. Это оправдано тем, что на микроуровне экономический смысл имеет лишь непогашенный долг, существующий для $t \leq T$ посредством априорного задания фиксированной даты его погашения. Это важное свойство микродолга не выполняется для совокупного долга, что будет детально обсуждено в дальнейшем.

3.2. Макрофинансовая трактовка фундаментального уравнения задолженности

В отличие от микродолга, транши макрофинансового долга распределены по датам погашения на каждый момент астрономического времени. Их агрегированная величина (debt outstanding) $F(t, T)$ для экономики в целом означает, что на момент времени $t \geq 0$ кредиторы и заемщики ожидают погашения основной массы долговых обязательств на некоторую (средненную) дату $T \geq 0$:

$$(3) \quad F(t, t) \exp[r(t, T)(T - t)] = F(t, T); \quad t = const; \quad \forall (T - t) \geq 0.$$

Уравнение (3) устанавливает соответствие денежной массы и текущей (приведенной) стоимости долговых обязательств; альтернативно, номинальная сумма долга – это будущая стоимость денежных сумм, полученных заемщиками на текущий момент. Заемщики, равно как и кредиторы, фиксируют текущий момент времени и рассчитывают даты ожидаемого погашения долговых обязательств. Эта логика аналогична широко используемой методологии расчета «кривой доходностей» (yield curve). В модели ставка доходности, по существу, интерпретируется как долгосрочная, или «длинная» (long-term), хотя специальный случай «короткой» ставки обсуждается в анализе ликвидности макрофинансового рынка.

Иначе, $F(t, t) \equiv M(t, t)$ есть приведенная, или дисконтированная, на момент t стоимость совокупного долга $F(t, T)$, которая, по экономическому смыслу, соответствует объему ликвидности $F(t, t)$, получаемой «агрегированным заемщиком» на данный момент времени. Долгосрочная ставка доходности $r(t, T)$, равно как и время ожидаемого погашения $(T - t)$ основной массы долга (time to maturity, TtM), – это информационные, усредненные характеристики всех макрофинансовых обязательств. Эмпирическим аналогом величины TtM является взвешенная средняя дата ожидаемого погашения долга (weighted average maturity, WAM), исчисляемая, к примеру, на рынке федеральных казначейских обязательств США (T-bonds). Соответственно, более высокие ставки доходности, либо более удаленная дата ожидаемого погашения долга T (maturity date), предполагают увеличение, хотя и в разной мере, объема макрофинансовых обязательств.

В нормальных условиях кредиторы ожидают, что совокупный долг может быть, в основном, погашен на момент T . Но займы выдаются и погашаются (в соответствии с контрактами) на каждый момент астрономического времени как транши совокупного долга, исполнение которых носит обязательный характер. Следовательно, макродолг – это огромная и сложная информационная структура, которая существует перманентно и имеет нормативную природу, предписывая контуры поведения макрофинансовой системы.

3.3. Свойства денег и координаты макрофинансовой системы

На каждый момент астрономического времени деньги, или ликвидность, есть мгновенно погашаемый (instantaneous) долг. Это свойство денег представлено следующим предельным соотношением:

$$(4) \quad \lim_{T \rightarrow t} F(t, T) = F(t, t); \quad F(t, t) \equiv M(t, t),$$

которое означает равенство приведенной стоимости макродолга объему наличной и безналичной ликвидности. Свойство «мгновенной погашаемости», представленное на рис. 4, делает ликвидность естественной мерой общей задолженности, следовательно, и совокупной стоимости макрофинансовых активов.

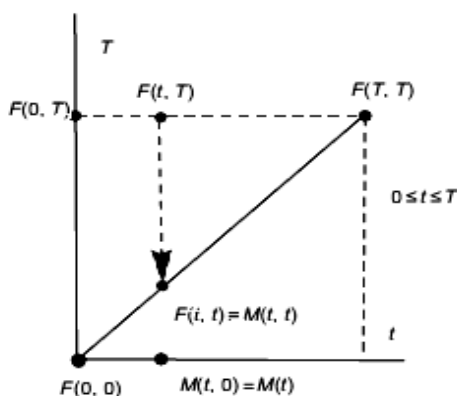


Рис. 4. Ликвидность как «мгновенно исполненный» долг

По экономическому смыслу, величина $F(t, t) \equiv M(t, t)$ может рассматриваться как текущий объем заемных средств, предоставляемых заемщикам кредиторами, иначе, макрофинансовые обязательства последних. Деньги имеют смысл «мгновенно исполненного» долга, что известно, по крайней мере, со времени выпуска в обращение банкноты Английским банком в конце XVII столетия¹⁰. Этот факт широко используется в финансах, в частности, при исчислении предельно коротких (overnight) ставок доходности типа EONIA, SONIA, RUONIA.

Вдоль координаты T деньги проявляют себя как стандарт «отложенных» платежей (standard of deferred payment):

$$(5) \quad \lim_{\delta T \rightarrow 0} M(t, t + \delta T) = M(t, t) = M(t); \quad \forall t \in [0, \infty).$$

В таком смысле $F(t, t) \equiv M(t, t) = M(t)$ – функция одного переменного, которая устанавливает связь между общим долговым обязательством и его исполнением на текущий момент времени. Между тем вдоль координаты t деньги реализуют свойство универсального платежного средства (means of payment):

$$(6) \quad \lim_{\delta t \rightarrow 0} M(t + \delta t, 0) = M(t, 0) = M(t); \quad \forall T \in [0, \infty).$$

¹⁰ Обязательства Английского банка, например, 50-ти фунтовая банкнота, имеют следующую запись: «Настоящим Английский банк обещает выплатить 50 фунтов по требованию ее предъявителя» (I [The Bank of England] promise to pay the bearer on demand the sum of 50 pounds). Подразумевается, таким образом, немедленное и безусловное исполнение банком данного обещания.

Совершение сделки купли-продажи некоторого товара, актива или услуги предполагает использование денег как эквивалента их стоимости. Теоретически мгновенный характер исполнения сделки на реальном рынке, в которой деньги выступают универсальным платежным средством, обычно не предполагает связи с будущими состояниями системы. В действительности, конечно, все происходит не совсем так. Достаточно вспомнить о механизмах лизинга технически сложных систем, о длительных сроках строительства либо реализации инновационных проектов. Но блок модели, который реализует функционирование реального рынка (раздел 4.2), использует это свойство денег буквально, существенно упрощая тем самым поведение макрофинансовой системы в целом.

3.4. Общественный договор и макрофинансовый баланс

«Общественный договор» фиксирует обязательства всех участников рынка, включая государство, в форме макрофинансового баланса:

$$(7) \quad L(t, T) = M(t, t) \exp[r(t, T)(T - t)] + E(t),$$

где $L(t, T)$ – стоимость совокупных обязательств, которые должны быть исполнены в предвидимом будущем. Совокупный капитал, исчисляемый, например, как капитализация совокупных фондовых рынков, $E(t, \infty) = E(t)$, принимается функцией лишь календарного времени, поскольку «в глазах закона» акция компании существует вечно, несмотря на то, что фирма может разориться уже завтра. Стоимость реальных (материальных, информационных и интеллектуальных) ресурсов соответствует истинному богатству общества в отличие от ожидаемого (обещанного) богатства, которым на макроуровне является объем совокупных финансовых, прежде всего, долговых обязательств.

Устойчивая в 2019 г., «предковидная», мировая экономика имела объемы долга и ликвидности, равные соответственно 252,6 трлн долл. и 95,5 трлн долл. Капитализация фондовых рынков составила 89,5 трлн долл., а объем мирового ВВП в этом году был равен 87,7 трлн долл. [Desjurdins, 2020]. Общая сумма богатства в мире на конец 2019 г. составила 399 трлн долл. [Credit Suisse, 2020].

В модели используется индикатор стоимости ресурсов, вовлеченных в экономический оборот, $Y(t)$, который соответствует приращению (мгновенному) реального богатства $Y(t) = \dot{W}$. Подразумевается, таким образом, что общая величина реального богатства является интегральной характеристикой его «мгновенных» значений:

$$W(t) = W_0 + \int_0^t Y(z) dz.$$

Анализ динамики стоимости богатства и экономического оборота ресурсов будет проведен в разделе 4.2. В модели принято, что величины стоимости ресурсов, вовлеченных в экономический оборот, $Y(t)$, капитала $E(t)$ и ликвидности $M(t)$ следуют неравенствам:

$$(8) \quad Y(t) < E(t) \leq M(t).$$

Следуя определению, сформулированному в разделе 2, в модели предполагается «суверенный» характер эмиссии денег. Это означает, что эмитент денег, являющихся все-

общим платежным средством, разориться не может. Соответственно, если сумма макрофинансовых обязательств не превышает стоимость совокупных активов

$$(9) \quad A(t, T) \geq L(t, T),$$

то возможность макрофинансового банкротства исключается.

3.5. Конвертация денег и исполнение макрофинансовых обязательств

Свободное обращение денег (ликвидность финансовых рынков) предполагает, по сути, равенство априорных вероятностей использования денежной единицы как средства текущего, либо отложенного, платежа. В детерминированной модели это требование реализуется через условие равенства объемов приведенной стоимости долга $F(t, t) \equiv M(t, t)$ и капитализации фондового рынка, т.е. $M(t, t) = E(t)$. Иными словами, выполнение равенства

$$(10) \quad M(t, t) = M(t) = E(t)$$

означает, что денежная масса обеспечена финансовыми обязательствами, стоимость которых соответствует доходам владельцев реальных ресурсов. В определенном смысле, это аналог обеспечения денежной массы совокупной стоимостью краткосрочных финансовых инструментов, о чем писал Адам Смит [Humphrey, 1982].

Модель использует предпосылку «обеспеченности» денег (collateralization) в двух аспектах. С одной стороны, рынок денег считается сбалансированным, если денежная масса поддерживается доходами инвесторов, поступающими от продажи ресурсов на реальном рынке. С другой стороны, следует иметь в виду, что платежным средством выступает не весь номинальный долг, а лишь его приведенная стоимость, т.е. объем ликвидности. Учитывая равенство доходов альтернативным издержкам и условие (10), макрофинансовый баланс принимает следующий вид:

$$(11) \quad L(t, T) = M(t, t) \left(1 + \exp[r(t, T)(T - t)] \right); \quad M(t, t) = E(t).$$

Уравнение (11) формализует условие ожидания кредиторами регулярного и полного погашения всех траншей совокупного долга:

$$(12) \quad F(t, T) = M(t, t) \exp[r(t, T)(T - t)]; \quad F(T, T) = M(T, T),$$

хотя исполнение макрофинансовых обязательств не гарантировано.

Баланс (10) может быть эквивалентно представлен величиной макрофинансового рычага $l(t, T)$, т.е. индексом стоимости обязательств (активов), исчисленным на единицу денежной массы (капитализации рынка):

$$(13) \quad l(t, T) = \left(1 + \exp[r(t, T)(T - t)] \right); \quad M(t, t) = E(t).$$

Этот индекс играет в модели важную роль, и будет детально обсуждаться в дальнейшем. Напомним, что в силу неравенства (8) различия между агрегированными активами и обязательствами не существуют.

3.6. Динамика макрофинансовой системы вдоль координаты T

Свойство денег как платежа по «отложенным» активам в модели характеризует их эволюцию вдоль координаты «собственного» времени системы. Макрофинансовые индикаторы, измеряющие состояния системы вдоль координатной оси «собственного» времени, представлены на рис. 5.

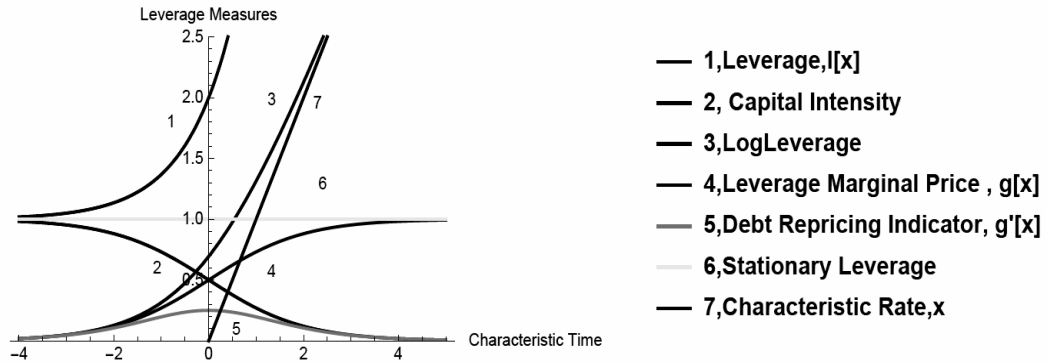


Рис. 5. Иерархия индикаторов макрофинансового рычага

На каждый момент времени дата погашения общей задолженности – переменная величина, а для постоянной ставки доходности индикатор макрофинансового рычага является простой функцией среднего ожидаемого времени погашения долга τ (кривая 1 на рис. 5):

$$(14) \quad l(\tau) = 1 + \exp[r\tau]; \quad r(t, T) = r; \quad \tau = (T - t) \geq 0.$$

Для «собственного» времени системы $x = r\tau$ стандартный макрофинансовый рычаг

$$(15) \quad l(x) = 1 + \exp[x]; \quad x = r\tau$$

изменяется со средним темпом роста, равным

$$(16) \quad \ln[l(x)] = \ln(1 + \exp[x]),$$

величина которого, следуя традиции, заложенной Н. Бернулли, может интерпретироваться как «полезность», или мера предпочтительности изменения рычага за единицу собственного времени (кривая 3). Собственное время системы и «полезность» рычага связаны между собой поэтому простым предельным отношением:

$$(17) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + \exp[x])}{x} = 1,$$

которое выполняется для достаточно малых значений собственного времени. Таким образом, темп роста рычага служит удобной мерой «среднего времени до погашения» (weighted

average maturity, WAM) совокупного долга. Например, если рычаг макрофинансовой системы равен 4, а ставка доходности $r = 0,1$, то $x = 1,1$ и $WAM \cong 11$ лет, хотя в окрестности нуля ошибка измерения достаточно велика.

Производную «полезности» рычага естественно интерпретировать как его макроэкономическую «цену» (кривая 4). «Цена» рычага оказывается логистической кривой:

$$(18) \quad g(x) = \frac{d}{dx} \ln(1 + \exp[x]) = \frac{1}{1 + \exp[-x]},$$

иначе называемой сигмодой¹¹. Соответственно, макрофинансовый рычаг является первообразной его «цены»:

$$(19) \quad \int g(x) dx = \int \frac{\exp[x] dx}{1 + \exp[x]} = \ln(1 + \exp[x]).$$

Важным рыночным индикатором, который характеризует пересмотры цен рычага (indicator of repricing), является производная (кривая 5):

$$(20) \quad g'(x) = \frac{\exp(-x)}{(1 + \exp(-x))^2},$$

которая связана с функцией «цен» рычага простым соотношением

$$(21) \quad g'(x) = g(x)[1 - g(x)].$$

Нелинейное дифференциальное уравнение (21) динамики (вдоль координаты «собственного» времени) «цены» макрофинансового рычага является стандартным логистическим уравнением. Оно решается аналитически относительно функции $g(x)$ [Chern, 2016] посредством простого преобразования:

$$[g(1 - g)]^{-1} = (g)^{-1} + (1 - g)^{-1},$$

которое, при условии $0 \leq g(x) \leq 1$ и выборе нулевой константы интегрирования $C = 0$, позволяет интегрировать ОДУ (21). Решение уравнения (21) восстанавливает функцию $g(x) = (1 + \exp[-x])^{-1}$, которая была определена ранее.

Напомним, что индикатор капиталоемкости макроэкономики (кривая 2), по определению, является обратной величиной финансового рычага. Следует, однако, иметь в

¹¹ Логистическая функция принадлежит семейству сигмоидальных кривых, которое включает, например, функции $\tan^{-1}(x)$, $\tanh(x)$, функцию Хевисайда и другие. Сигмоиды играют важную роль в моделировании нейронных сетей, теории информации, передаче сигналов и других областях науки и техники. Логистические модели динамики популяций компактно изложены, например, в работе [Tsoularis, 2002].

виду, что в финансовом анализе отношение капитала на единицу стоимости активов часто именуется рычагом, что порождает разночтение, если смысл этого индикатора не ясен из контекста.

Следует иметь в виду, что эмпирические изменения финансовых индикаторов вдоль оси «собственного» времени достаточно ограничены. «Бесконечный аннуитет» (perpetuity) имеет весьма изящное математическое выражение, но его эмпирические представители крайне редки. Например, британское правительство выкупило последние консоли (consols) в 2015 г., а их аналоги, дошедшие до нас из глубины веков, считаются, скорее, финансовой экзотикой, чем рабочими инструментами.

В финансах, на протяжении столетий со времен первых инструментов, оформленных как аннуитеты, «бесконечность» практически не превышала 30 лет. Доверие к «супердлинным» инструментам было изначально не очень велико: будь то обязательства Филиппа II, короля Испании и «всего остального мира», датируемые XVI веком, либо «безрисковые» облигации современных государств [FT, 2022]. Так, ожидаемый срок погашения британских казначейских облигаций (gilt-edged securities), наиболее «длинных» среди аналогичных инструментов, на конец 2022 г. составлял около 15 лет¹², а WAM рынка американских T-bonds равнялся примерно 6 годам.

4. Динамика богатства и рычага во времени

В предыдущем разделе было показано, что вдоль координаты T объем макрофинансовых обязательств растет по мере увеличения ставки доходности и удаленности даты погашения долга. Вместе с тем величина T достаточно ограничена, что придает асимптотике рычага вдоль координаты собственного времени системы весьма условный характер.

4.1. Индекс макрофинансового рычага во времени

Индекс макрофинансового рычага, вместе с тем, является функцией не только собственного, но и календарного времени:

$$(22) \quad l(t, T) = \frac{L(t, T)}{E(t)} = 1 + \exp[r(t, T)(T - t)].$$

Формула макрофинансового рычага (22) является функцией двух переменных, но для каждой даты ожидаемого погашения обязательств финансовый рычаг снижается (deleveraging) с течением астрономического времени, достигая на момент T величины $l(T, T) = 2$. На текущий момент времени $t = 0$ для фиксированных значений ставки доходности и даты погашения долга формула (22) принимает значение $l(0, T) = 1 + \exp[rT]$. В экономическом анализе выражения (22) два аспекта заслуживают внимания.

¹² Следует оговориться, что указанный период погашения английских gilt-edged securities был рассчитан до «экспериментов» в сентябре 2023 г. правительства г-жи Трасс с бюджетом Соединенного королевства, после которых уверенность участников рынка в исполнении государством своих обязательств сильно пошатнулась.

Во-первых, процесс уменьшения рычага в астрономическом времени можно объяснить тем, что объективно капитал является растущей частью макрофинансовых обязательств. На рис. 6 видно, что за период 1999–2022 гг. процесс уменьшения рычага действительно имел место, но прерывался рыночной коррекцией в 2003 г., а затем скачкообразным увеличением рычага во время финансового кризиса 2007–2008 гг. В свою очередь, ускоренный рост стоимости капитала (equity) происходил из-за длительного завышения его стоимости, которое было прервано глобальным финансовым кризисом, сократившим капитализацию финансовых рынков примерно на 30 трлн долл.

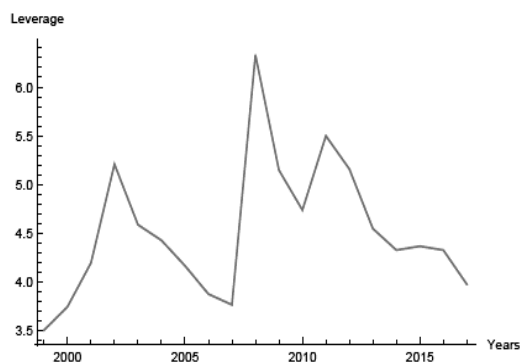


Рис. 6. Динамика глобального финансового рычага

Источник: расчеты автора.

Весьма сходную динамику демонстрирует отношение безрискового долга США к ВВП этой страны, что показано на рис. 7. Временные рамки и индикатор этого процесса отличны от показателя макрофинансового рычага, но снижение удельного веса самого крупного в мире рынка казначейских обязательств (23 трлн долл. в 2023 г.), по крайней мере, не противоречит высказанному выше тезису.

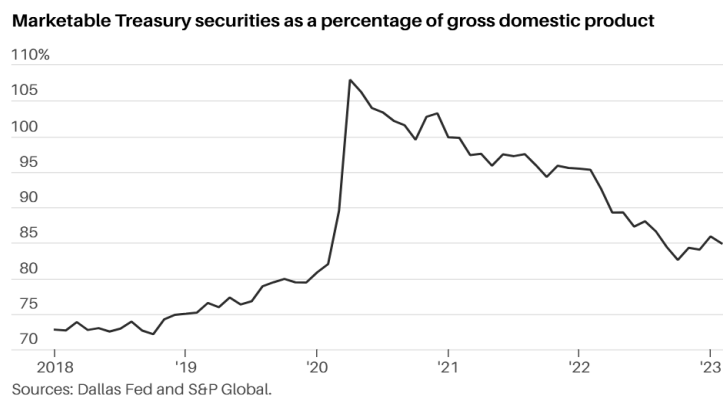


Рис. 7. Динамика «безрискового» долга США (в % ВВП)

Во-вторых, погашение любого конкретного (микро) долга $t \leq \widehat{T}$ на практике означает, что траектория рычага принимает как бы «усеченный» вид, что исключает из экономического анализа стационарное значение рычага. По этой причине формула микро-долга (1) в финансах трактуется как уравнение, хотя, строго говоря, она является явным выражением решения соответствующего ОДУ.

В отличие от микродолга, перманентный процесс погашения макродолга трансформирует долговые обязательства в ликвидность, которая продолжает обращаться в экономике. Погашение банковского кредита сокращает денежную массу, но «деньги центрального банка» из обращения не исчезают, уподобляясь, по образному сравнению Дж. Тобина, «горячей картофелине» в старинной детской игре. С другой стороны, ремиссии ликвидности, например, из-за деноминации национальной валюты, чрезвычайно редки.

Неоднородное ОДУ динамики макрофинансового рычага (с заданными начальными условиями) можно составить, формально дифференцируя правую часть формулы (22) по переменной календарного времени:

$$(23) \quad dl/dt = -rl(t) + r; l(0) = 1 + \exp[rT].$$

Это полностью сохраняет формирование макрофинансовых обязательств согласно балансу (7) и равенству $M(t, t) = E(t)$, хотя в этом ОДУ переменная собственного времени явно не присутствует. Совершенно очевидно, что общее решение неоднородного ОДУ (23):

$$(24) \quad l(t) = (l_0 - 1)\exp[-rt] + 1$$

включает стационарное значение рычага, равное единице:

$$(25) \quad l(t) = 1 + \exp[r(T - t)].$$

Для каждого значения T оно совпадает с функцией (22) и соответствует уменьшению рычага с течением реального времени. Следовательно, после погашения всех макрофинансовых обязательств индекс финансового рычага принимает предельное значение $l^* = 1$. Оно характеризует состояние экономики, в которой долговой рынок отсутствует, но все платежи продолжают осуществляться при помощи денег.

4.2. Динамика макрофинансовой системы вдоль координаты времени

Реальный рынок в макрофинансовой системе моделируется как взаимосвязанная динамика важнейших макроэкономических индикаторов: ликвидности, индекса цен и выпуска товаров и услуг¹³. Простые взаимосвязи между ними могут иметь интерпретацию

¹³ Анализ причинно-следственных связей, приведших к Великой депрессии 1929–1933 гг., Б. Бернанке (впоследствии председатель ФРС и лауреат Нобелевской премии) проводил, исследуя динамику денег, цен и выпуска. По его мнению, во взаимосвязях этих макроэкономических индикаторов существенную каузальную роль играли именно монетарные факторы, которые оказались особенно значимыми для экономик, придерживавшихся в те годы золотого стандарта [Bernanke, 1995].

«обеспеченности» денег материальными ресурсами, товарами и услугами, усиливая, тем самым, объективный характер требования (10) о коллатерализации ликвидности размерами капитализации ресурсов.

В конкурентной экономике совокупная денежная масса, воплощая платежеспособный спрос, «покупает» на каждый момент времени реальные ресурсы по рыночным ценам:

$$(26) \quad M(t,0) = P(t)Y(t); \quad M(t,0) = E(t),$$

где $Y(t)$ обозначает стоимость реальных ресурсов, вовлеченных в экономический оборот, а $P(t)$ есть индекс цен ресурсов¹⁴. В дальнейшем объем ликвидности, обращающейся на реальном рынке для покупки ресурсов, товаров и услуг, будем обозначать символом $E(t)$, предполагая, что в сбалансированной экономике он равен объему капитализации фондовых рынков.

Согласно уравнению (26), ликвидность (левая часть уравнения) обеспечена стоимостью реальных ресурсов, вовлеченных в экономический оборот, представленной произведением индексов реальных ресурсов и их цен в правой части этого уравнения. Эквивалентно, уравнение (26) означает, что платежеспособный спрос, общая сумма которого равна приведенной стоимости совокупного долга, покупает по рыночным ценам реальные ресурсы (товары и услуги). Рынок товаров и услуг, сбалансированный с объемом займов инвесторам, определяет ресурсы через «реальный денежный» баланс $M(t)/P(t)$ – теоретический индекс, популярный в макроэкономических исследованиях 80-х годов прошлого века. Напомним, что индикатор рыночной стоимости ресурсов, находящихся в экономическом обороте $Y(t)$, соответствует (мгновенному) приращению богатства $Y(t) = \dot{W}$ и предполагает накопление богатства за определенный период времени. В этом отношении просматривается аналогия с трактовкой производной «полезности» макрофинансового рычага, использованной в разделе 3.6.

Линейное ОДУ динамики ресурсов, получаемое дифференцированием и простыми преобразованиями уравнения (26),

$$(27) \quad dY/dt = (\mu - \pi)Y(t); \quad Y(0) = Y_0; \quad \mu = \dot{E}/E(t); \quad \pi = \dot{P}/P(t),$$

хорошо известно [Shone, 2005]. Согласно (27) ресурсы увеличиваются, если темп прироста консолидированной денежной эмиссии коммерческих и центральных банков превышает темп прироста цен (инфляцию), и наоборот. Однако эта динамика весьма проста для изучения и управления макроэкономическими процессами.

Из экономических соображений очевидно, что приращение (мгновенное) используемых ресурсов не может быть неограниченным. Эту важную особенность динамики ресурсов можно учесть посредством апелляции к нелинейному характеру динамики этого процесса. Соответствующее нелинейное ОДУ может быть получено дифференцированием уравнения (26) и заменой темпа прироста цен π на параметр их прироста, нормирован-

¹⁴ Уравнение (26) иногда некорректно называют уравнением Фишера, хотя оно было известно намного раньше. Некоторые историки финансов утверждают, что такую теоретическую конструкцию можно обнаружить даже у Конфуция.

ного на единицу денежной массы $v = \dot{P}/E(t)$. В результате, простыми преобразованиями уравнение (26) приводится к логистическому ОДУ динамики ресурсов:

$$(28) \quad dY/dt = \mu Y(t) - vY^2(t); Y(0) = Y_0; v = \dot{P}/E(t).$$

Согласно уравнению (28), в сбалансированной экономике реальные ресурсы увеличиваются, если приращение денежной массы (платежеспособный спрос) превышает приращение цен, и наоборот. Для темпов прироста индикаторов это означает неравенство $(\mu - vY) > 0$, либо противоположное, если ресурсы сокращаются¹⁵. Нелинейная переходная функция ОДУ (28), представленная на рис. 8, определяет два стационарных состояния системы: одно из них, ноль, является неустойчивым, тогда как положительное значение объема реальных ресурсов K устойчиво [Smirnov, 2018]. Устойчивое стационарное значение индекса роста реальных ресурсов $K = \mu/v$ исчисляется как отношение двух параметров ОДУ (28).

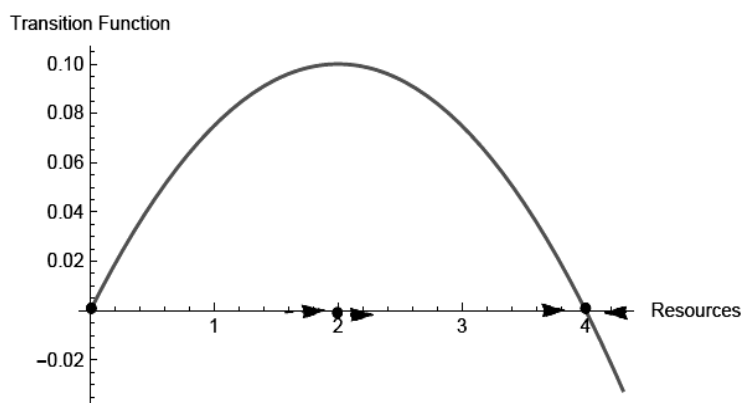


Рис. 8. Переходная функция макрофинансовой системы

Решение логистического уравнения было рассмотрено в разделе 3.6. Для уравнения (28) сигмоидальная траектория динамики реальных ресурсов изменяется в интервале значений $[0, K]$ и имеет следующий вид:

$$(29) \quad Y(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{Y_0} - 1\right) \exp[-\mu t]}.$$

Следует отметить, что динамика стоимости реальных ресурсов определяется только темпом денежной эмиссии, хотя величина стоимости ресурсов (29) зависит и от начально-

¹⁵ В модели динамики ресурсов (28) (мгновенный) темп прироста ресурсов является функцией состояния $\dot{Y}/Y = \mu - vY$, тогда как в модели (27) он – константа $(\mu - \pi)$.

го положения системы. Стационарное значение реальных ресурсов $K = \mu/\nu$ представляет собой отношение параметров уравнения (28). Величина K/Y_0 зависит от начального значения индекса стоимости ресурсов Y_0 и в теоретическом анализе обычно выбирается равной двум единицам.

Покажем, что динамика богатства и финансовых активов во времени возможна только благодаря изменению (росту) объемов реальных ресурсов, что раскрывает экономическую сущность взаимодействия материального и стоимостного аспектов воспроизводства.

5. Синтез: индексы состояний макрофинансовой системы

Разделы 3 и 4 статьи содержат необходимую информацию о динамике денег, долга и ресурсов, траектории которых определяются решениями логистических ОДУ. В данном разделе будут составлены индексы состояний макрофинансовой системы, которые являются функциями реального и собственного времени. Геометрически эти индексы представлены трехмерными поверхностями, рассчитанными для полностью сбалансированной макрофинансовой системы, поведение которой смоделировано для следующих значений переменных и параметров:

$$t \in [-12; 50]; T \in [0; 20]; r = 0,07; \mu = 0,1; \nu = 0,025; K = 4,0; Y_0 = 0,5K.$$

Методологически свойства денег, долга и богатства разделены на основе гипотезы ортогональности сбалансированных номинального долга и реальных ресурсов. Предположение о независимости объемов обещаний и реальных возможностей их исполнения представляется вполне приемлемым, хотя бы в первом приближении. Конечно, поведение макрофинансовой системы весьма упрощено в интересах решения главной задачи: формализации каузальных связей, лежащих в основе взаимодействия реального и финансового рынков.

5.1. Ортогональность долга и ресурсов

Модель реализует идею относительной независимости монетарного и вещественного аспектов общественного воспроизводства, соответствие (когерентность) которых представлено независимыми переменными долга и ресурсов, иначе, ожидаемого и реального богатства¹⁶. Условие ортогональности долга (нереализованного богатства) F и реального богатства W :

¹⁶ Отношение долга и богатства образно представлено в старинной шутке, популяризированной М. Твенном. Некий предприниматель, восторгаясь своими деловыми «успехами», восклицает (в слегка модернизированной форме): «еще вчера я не стоил и цента, а сегодня уже задолжал три миллиона долларов!». Ирония очевидна, поскольку микродолг может ассоциироваться с богатством отдельных лиц, например, ростовщиков или спекулянтов. Между тем на макроуровне совокупный долг является мерой лишь условного богатства, превращение которого в подлинное богатство отнюдь не гарантировано.

$$\langle F, W \rangle = \int F(u)W(u)du = 0$$

является, в свою очередь, следствием аналитического разделения свойств денег: платежного средства на реальном рынке и стандарта «отложенных» платежей на финансовом рынке. В этом смысле гипотеза ортогональности может рассматриваться как предельный случай асимметрии информации о возможности погашения долга [McLeay et al., 2014].

Напомним, что, согласно блок-схеме (рис. 2), консолидированный заемщик инвестирует полученные им от кредиторов средства на реальном рынке, тогда как агрегированный продавец ресурсов вкладывает свои доходы в приобретение финансовых активов (долгов). Их экономические возможности сбалансированы, поскольку денежная масса (приведенная стоимость номинального долга), а не весь объем номинального долга, равна стоимости проданных ресурсов. Возникающие в противном случае дисбалансы – избыток платежных средств на одном сегменте рынка денег и их дефицит на другом – будут рассмотрены в разделе 6.5.

Различные состояния сбалансированной макрофинансовой системы представлены трехмерными поверхностями индексов, исчисленных для равных объемов ликвидности, обращающейся на реальном и финансовом сегментах рынка денег. Поведение макрофинансовой системы на рынках финансов и ресурсов, которое следует соответствующим дифференциальным уравнениям, синтезируется уравнением поверхности реальной стоимости макрофинансовых обязательств. Основные компоненты индекса стоимости общего богатства показаны в табл. 3.

Таблица 3.

Индекс стоимости общего богатства $v(t, T)$

Финансовый рынок	Реальный рынок
Динамика обязательств, $dF/d\tau = rF(\tau)$	Динамика ресурсов, $\dot{Y} = \mu Y(t) - \nu Y^2(t)$
Траектория обязательств, $L(\tau) = E(t)(1 + \exp[r(T - t)])$	Траектория богатства, $Y(t) = \frac{K}{1 + (K/Y_0 - 1)\exp[-\mu t]}$
Поверхность реальной стоимости обязательств, $v(t, T) = L(t, T) / P(t) = \frac{K(1 + \exp[r(t, T)(T - t)])}{1 + \left(\frac{K}{Y_0} - 1\right)\exp[-\mu t]}$	

Таблица 4 раскрывает экономическое содержание поведения макрофинансовой системы. Оно состоит в том, что агрегат заемщиков инвестирует ликвидность в приобретение ресурсов, продавцы которых вкладывают полученные средства в долгосрочные финансовые активы. Повторение этого процесса в различном масштабе формирует динамику номинального долга, денег и реального богатства. В модели макрофинансовые индексы при-

нимают только действительные значения, хотя их обобщения в области комплексных чисел могут иметь вполне естественную интерпретацию.

Таблица 4.

Каузальность макрофинансового цикла

Участники	Финансовый рынок	Конверсия денег	Реальный рынок	Участники
<i>Кредиторы</i>	Совокупный долг (нереализованное богатство), $F(t, T)$			
	$M(t, t) = F(t, T) \times$ $\times (1 + \exp[r(t, T)(T - t)])^{-1}$			
		$M(t, t) = M(t, 0) =$ $= E(t)$	$E(t) = P(t)Y(t)$	
<i>Заемщики</i>	Деньги как стандарт отложенных платежей, $M(t, t)$		Деньги как сред- ство платежей, $M(t, 0)$	Инвесторы
			$Y(t) = \frac{K}{1 + \exp[-\mu t]}$	
			Богатство, $\dot{W}(t) = Y(t)$	Собствен- ники

5.2. Поверхности индексов состояний

Индексы общего финансового богатства и чистого финансового богатства играют, по своему экономическому смыслу, основную роль в представленной модели. Индексы состояний (30) и (31) представлены на рис. 9 поверхностями, которыми они видятся с позиции агрегированного кредитора. Верхняя поверхность показывает общее состояние макрофинансовой системы, которое, согласно (31), обусловлено взаимодействием процессов заимствований, их погашения, а также увеличения совокупного богатства. Финансы, представленные (нижней) поверхностью реальной стоимости обязательств, не создают реального богатства, а потому трактуются как издержки.

Индекс финансового богатства представлен функцией финансового рычага:

$$(30) \quad I(t, T) = 1 + \exp[r(T - t)],$$

представляющей нижнюю поверхность на рис. 9. Индекс общего богатства (верхняя поверхность на этом рисунке) рассчитывается как состояние макрофинансового баланса, которое меняется в результате формирования задолженности и роста реальных ресурсов. Учет этих факторов, а также уравнений (22) и (29), приводит к уравнению поверхности общего богатства:

$$(31) \quad v(t, T) = \frac{L(t, T)}{P(t)} = (1 + \exp[r(t, T)(T - t)]) \frac{K \exp[\mu t]}{1 + \exp[\mu t]},$$

где $Y_0 = 0,5K$. Иными словами, полное исполнение макрофинансовых обязательств характеризует равновесное состояние системы, которое формируется как индекс общего богатства, состоящего из реальных ресурсов и финансовых активов. Накопление богатства происходит при определенных сочетаниях величин ставки процента и темпа прироста денежной массы. В частности, равенство индексов общего и финансового богатства соответствует отсутствию роста реальных ресурсов, т.е. «нейтральности денег», которая выполняется для точки календарного времени в прошлом, $t_N \cong -1$ лет. Патология поведения системы будет рассмотрена в разделе 6.4.

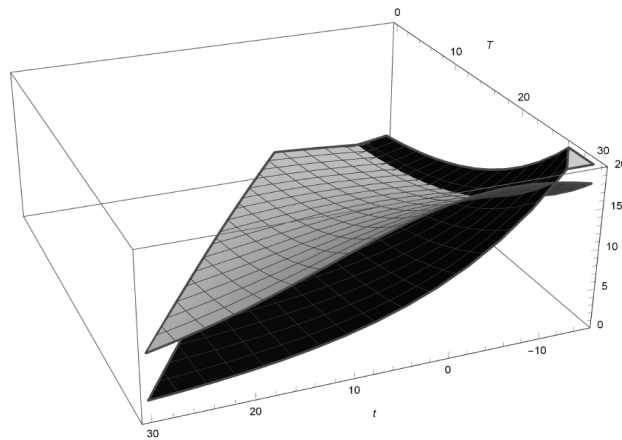


Рис. 9. Поверхности макрофинансовых обязательств и рычага

Разность индексов общего и финансового богатства системы,

$$v(t, T) - l(t, T) = g(t, T),$$

определяет, по экономическому смыслу, величину реального богатства, т.е. богатства, поддерживаемого рыночной стоимостью реальных ресурсов:

$$(32) \quad g(t, T) = l(t, T)[Y(t) - 1].$$

Ненулевые значения этого индекса показывают, что макрофинансовая система не функционирует на основе deferred assets. В явном виде индекс реального богатства имеет следующее выражение:

$$(33) \quad g(t, T) = (1 + \exp[r(T - t)]) \frac{(K - 1) \exp[\mu t] - 1}{1 + \exp[\mu t]},$$

где $Y(t) - 1 = \frac{(K - 1) \exp[\mu t] - 1}{1 + \exp[\mu t]}$.

Важное экономическое значение, на наш взгляд, имеет индекс реального богатства, исчисленный для $t = T$, т.е. полного возмещения макрофинансовых обязательств:

$$(34) \quad \hat{g}(t, T) = (1 + \exp[r(T - T)]) \frac{(K - 1)\exp[\mu t] - 1}{1 + \exp[\mu t]}.$$

Такая характеристика дает возможность рассчитать величину «наиболее эффективного» функционирования макрофинансовой системы, которое обеспечивает ненулевые суммы «прямых» кредитов в развитие экономики. Эта характеристика исчисляется как индекс следующего вида:

$$(35) \quad c(t, T) = g(t, T) - \hat{g}(t, T),$$

который в явном виде представлен функцией

$$(36) \quad c(t, T) = (\exp[r(T - t)] - 1) \frac{(K - 1)\exp[\mu t] - 1}{1 + \exp[\mu t]}.$$

В частности, из уравнения пересечения поверхностей индексов $g(t, T)$ и $\hat{g}(t, T)$

$$(37) \quad (1 + \exp[r(T - T)]) \frac{((K - 1)\exp[\mu t] - 1)}{1 + \exp[\mu t]} = \frac{K(1 + \exp[r(T - t)])}{1 + \exp[-\mu t]}$$

можно вычислить расстояние до линии «финансового горизонта», которое для принятых значений параметров составляет примерно 17,5 лет. Этот результат не противоречит высказанному в разделе 3.6 утверждению о том, что «бесконечность» в финансах не превышает 30-ти лет.

5.3. Общее представление сбалансированной макрофинансовой системы

Динамика основных индексов состояний макрофинансовой системы иллюстрирована различными поверхностями на рис. 10.

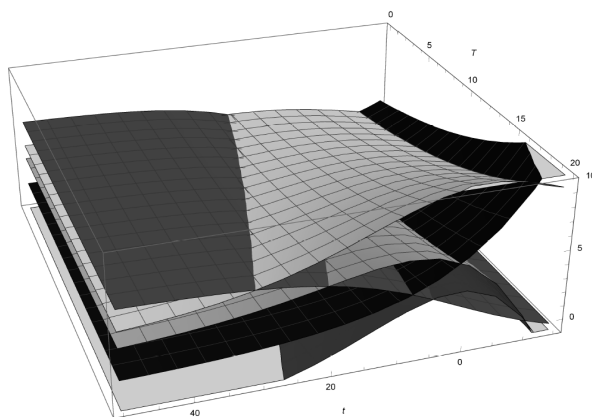


Рис. 10. Поверхности индексов состояний макрофинансовой системы

В верхнем левом углу рисунка, в направлении сверху вниз, представлены поверхности индексов: «предельного», общего и реального богатства, финансового рычага и «прямых» кредитов.

Сечение поверхностей индексов состояний, для $T = 5$ лет, представлено на рис. 11. На этом графике видны точки «нейтральности» денег ($t = -11$ лет), нулевого кредитования экономики ($t = 5$ лет), а также финансового горизонта ($t = 17,5$ лет). Странное равенство индексов общего и финансового богатства в точке $t = -11$ лет в модели объясняется следующим образом. Проецирование макрофинансовой системы в прошлое (отсюда появление знака минус) с текущими значениями параметров привело бы к нулевому изменению ресурсов, следовательно, «нейтральности денег». Согласно стандартной макроэкономической теории, нечто подобное может происходить в точке «экономического потенциала», подразумевая такую возможность в будущем¹⁷.

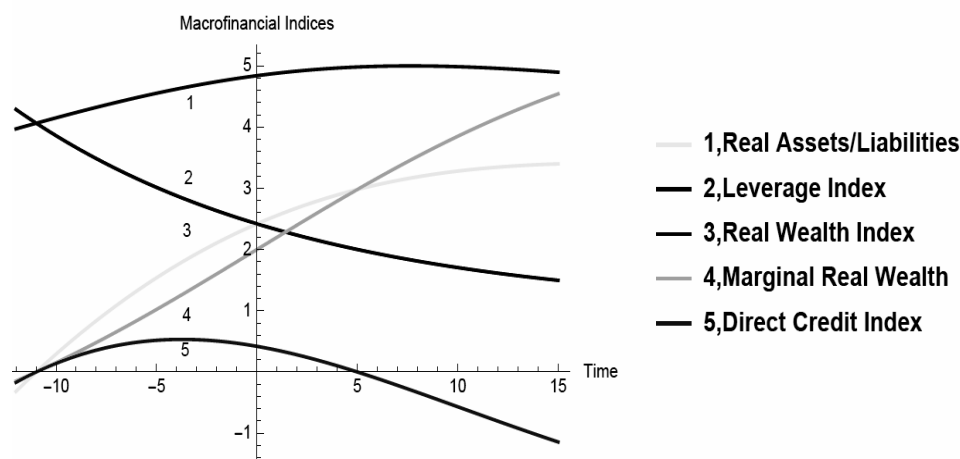


Рис. 11. Сечение поверхностей макрофинансовых индексов

Нелинейный характер макрофинансовой модели достаточно очевиден, а свойства стохастичности и гетерогенности реальной системы являются предметом дальнейшего развития и конкретизации модели.

Совокупность индексов состояний макрофинансовой системы в явном виде представлена в табл. 5.

¹⁷ Автор обращает внимание на аналогию макрофинансовых и макроэкономических рассуждений о «нейтральности денег», но не склонен преувеличивать их теоретическую, тем более практическую, значимость.

Таблица 5.

**Сводка индексов состояний
модели $E(t) = M(t); Y(0) = 0,5K$**

Индекс	Уравнение связи	Явное выражение
Ресурсы, $Y(t)$	$Y(t) = M(t)/P(t)$	$Y(t) = \frac{K \exp[\mu t]}{1 + \exp[\mu t]}$
Финансовый рычаг, $l(t, T)$	$l(t, T) = 1 + F(t, T)/E(t)$	$l(t, T) = 1 + \exp[r(t, T)(T - t)]$
Общее богатство, $v(t, T)$	$v(t, T) = \frac{L(t, T)}{P(t)} = l(t, T)Y(t)$	$v(t, T) = (1 + \exp[r(T - t)]) \frac{K \exp[\mu t]}{1 + \exp[\mu t]}$
Реальное богатство, $g(t, T)$	$g(t, T) = l(t, T)[Y(t) - 1]$	$g(t, T) = (1 + \exp[r(T - t)]) \frac{(K - 1) \exp[\mu t] - 1}{1 + \exp[\mu t]}$
«Предельное» богатство, $\hat{g}(t, T)$	$\hat{g}(t, T) = l(T, T)[Y(t) - 1]$	$\hat{g}(t, T) = (1 + \exp[r(T - T)]) \frac{(K - 1) \exp[\mu t] - 1}{1 + \exp[\mu t]}$
Прямой кредит, $c(t, T)$	$c(t, T) = [l(t, T) - l(T, T)][Y(t) - 1]$	$c(t, T) = (\exp[r(T - t)] - 1) \frac{(K - 1) \exp[\mu t] - 1}{1 + \exp[\mu t]}$
Реальная стоимость долга, $\varphi(t, T)$	$\varphi(t, T) = \frac{F(t, T)}{P(t)} = [l(t, T) - 1]Y(t)$	$\varphi(t, T) = \exp[r(T - t)] \frac{K \exp[\mu t]}{1 + \exp[\mu t]}$

5.4. Предельные состояния системы

В простой детерминированной модели индексы, соответствующие большим значениям переменных времени, тяготеют к определенным константам, которые задают предельные состояния макрофинансовой системы. Эти константы приведены в табл. 6 для предельных, т.е. долгосрочных периодов «собственного» и календарного времени. Конечно, эти константы играют сугубо ориентировочную роль, поскольку в реальной действительности финансовые процессы, особенно в сфере платежей, имеют высокую частотность, а время погашения обязательств, как отмечалось в предыдущих разделах статьи, ограничено.

Таблица 6.

Предельные (долгосрочные) состояния

	$t = const$ $T \rightarrow \infty$	$t = T$ $T \rightarrow \infty$	$t \rightarrow \infty$ $T = const$
Индекс общего богатства, $v(t, T)$	∞	$2K$	K
Индекс финансового рычага, $l(t, T)$	∞	2	1
Индекс реального богатства, $g(t, T)$	$-$	$2(K - 1)$	$K - 1$
Индекс предельного богатства, $\hat{g}(t, T)$		$2(K - 1)$	$2(K - 1)$
Индекс реального долга, $\varphi(t, T)$	∞	K	0

6. Макрофинансовые соотношения и шоки

6.1. Численная имитация поведения системы

Численная имитация поведения макроэкономической системы проведена для равномасштабных дискретных изменений переменных реального и собственного времени. Гипотетическая динамика макрофинансовой системы, напомним, составлена для значений параметров $T = 5$; $r = 0,07$; $\mu = 0,1$, а погашение основной массы долга должно состояться на дату $T = 5$ лет. Календарное время продлено в табл. 7–11 на несколько единиц в будущее. Размерность матриц определяется по дате ожидаемого погашения совокупного долга, которая полагается не превышающей пяти лет, что не противоречит эмпирическим оценкам, WAM рынков суверенных облигаций.

Исходное положение системы дано точкой $(t, T) = (0, 0)$, в которой индекс общего богатства системы равен четырем единицам (2 – ликвидность и 2 – реальные ресурсы). Модель предполагает периодический пересчет матриц данных по мере изменения положения системы, поскольку макрофинансовые прогнозы весьма быстро устаревают, а взвешенные средние величины погашения (WAM) невелики даже для надежных суверенных долгов. Элементами матриц являются численные значения соответствующих индексов, составленных при выполнении условия $M(t) = E(t) = 1, 0$.

Элементы табл. 7 отражают значения индекса реальной стоимости макрофинансовых обязательств $v(t, T)$, который в начальном периоде равен $4,84 = (2,84 + 2)$ единицам. Элементами диагонали являются значения совокупного богатства на соответствующие даты погашения обязательств, т.е. их трансформации в ликвидность. Соответственно, нижняя строка табл. 7, обозначенная символом (0), раскрывает динамику рыночной стоимости совокупной массы ликвидности и стоимости реальных ресурсов. Такая последовательность характеризует осуществление платежей деньгами в отсутствие рынка финансовых инструментов.

Таблица 7.

Матрица 6×6 значений индекса общего богатства, $v(t, T)$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
5	4,84	4,88	4,91	4,94	4,96	4,98	4,99	5,0	5,0
4	4,65	4,69	4,73	4,76	4,79	4,81	4,83	4,84	4,85
3	4,47	4,52	4,56	4,6	4,63	4,65	4,68	4,69	4,71
2	4,3	4,35	4,4	4,44	4,48	4,51	4,54	4,56	4,57
1	4,15	4,2	4,25	4,3	4,34	4,37	4,4	4,43	4,44
0	4,0	4,06	4,11	4,16	4,2	4,24	4,28	4,31	4,34
$Y(t)$	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,58	2,67	2,76

Первый столбец табл. 8 свидетельствует о начальных (год $t = 0$) вложениях кредиторов в различные транши долгов, которые намечены к погашению. Так, величины ежегодной стоимости 5-летнего транша показаны в верхней строке этой матрицы. Аналогично интерпретируются остальные элементы матрицы, расположенные выше диагонали. Элементы самой диагонали одинаковы и равны сумме относительных размеров ликвидности, которая является результатом полного погашения долга и капитализации фондового рынка.

Элементы табл. 8, расположенные ниже диагонали, характеризуют снижение стоимости ликвидности после погашения долговых траншей. Эмпирическими аналогами этих величин служат рыночные стоимости непогашенных суверенных и частных долгов, которые торгуются на рынках со значительными дисконтами. Соответственно, нижняя строка табл. 8, обозначенная символом (0), раскрывает динамику падения рыночной стоимости совокупной массы ликвидности, обращающейся на финансовых и реальных рынках.

Таблица 8.

Матрица 6×6 значений индекса финансового богатства, $l(t, T)$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
5	2,42	2,32	2,23	2,15	2,07	2,0	1,93	1,87	1,81
4	2,32	2,23	2,15	2,07	2,0	1,93	1,87	1,81	1,7
3	2,23	2,15	2,07	2,0	1,93	1,87	1,81	1,7	1,71
2	2,15	2,07	2,0	1,93	1,87	1,81	1,7	1,71	1,66
1	2,07	2,0	1,93	1,87	1,81	1,7	1,71	1,66	1,61
0	2,0	1,93	1,87	1,81	1,76	1,7	1,66	1,61	1,57
$Y(t)$	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,58	2,67	2,76

Экономическая интерпретация матриц 9–11 аналогична и раскрывает структуру и динамику реального богатства, макрофинансового богатства при полном возмещении обязательств и величины возможных финансовых кредитов производству.

Таблица 9.

Матрица 6×6 значений индекса реального богатства, $g(t, T)$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
5	2,42	2,56	2,68	2,79	2,89	2,98	3,06	3,13	3,19
4	2,32	2,46	2,58	2,69	2,79	2,88	2,96	3,03	3,09
3	2,23	2,37	2,49	2,6	2,7	2,79	2,87	2,94	3,0
2	2,15	2,28	2,4	2,51	2,61	2,7	2,78	2,85	2,92
1	2,07	2,2	2,32	2,43	2,53	2,62	2,7	2,77	2,84
0	2,0	2,13	2,24	2,35	2,45	2,54	2,62	2,7	2,77
$Y(t)$	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,58	2,67	2,76

Таблица 10.

Матрица 6×6 значений индекса предельного богатства, $\hat{g}(t, T)$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
5	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	2,98	3,17	3,35	3,52
4	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	2,98	3,17	3,35	3,52
3	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	2,98	3,17	3,35	3,52
2	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	2,98	3,17	3,35	3,52
1	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	2,98	3,17	3,35	3,52
0	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	2,98	3,17	3,35	3,52

Таблица 11.

Матрица 6×6 значений индекса прямых кредитов, $c(t, T)$

	0	1	2	3	4	5	6
5	0,42	0,36	0,28	0,2	0,1	0,0	-0,11
4	0,32	0,26	0,18	0,09	0,0	-0,1	-0,21
3	0,23	0,17	0,09	0,0	-0,09	-0,19	-0,3
2	0,15	0,08	0,0	-0,09	-0,18	-0,28	-0,39
1	0,07	0,0	-0,08	-0,17	-0,26	-0,36	-0,47
0	0,0	-0,07	-0,16	-0,25	-0,34	-0,44	-0,54

Динамика системы в табл. 7–11 представлена последовательностями элементов соответствующих матриц, которые воспроизводят значения индексов финансового богатства и рычага, реального богатства и кредита в течение ряда лет. За пределами пятилетнего периода, согласно допущениям модели, ликвидность начинает терять свою стоимость, а богатство увеличивается только благодаря росту реальных ресурсов, который также тяготеет к некоторой константе. Так, погашение основных финансовых обязательств приводит в пятом году к росту индекса общего богатства примерно до 4,98. Если финансовые пертурбации не носят длительного характера, то этот год должен быть принят за начало отсчета в новой системе координат. Если, как, например, в Японии XXI в., финансовые явления растягиваются во времени, то пересчет координат целесообразно отложить на более поздний период.

6.2. Коллатерализация долга и индекс цен ресурсов

В модели денежная масса является, по экономическому смыслу, приведенной стоимостью (present value) номинального долга, тогда как производительный капитал соответствует текущей стоимости реальных ресурсов. Следовательно, сбалансированная макрофинансовая система характеризуется равенством

$$(38) \quad \exp[-r(t,T)(T-t)]F(t,T) = P(t) \cdot Y(t),$$

которое выполняется при условии полной коллатерализации будущей стоимости номинального долга $F(t,T)$ реальными ресурсами $Y(t)$. Альтернативное выражение этого соотношения имеет вид

$$(39) \quad \varphi(t,T) = \frac{F(t,T)}{P(t)} = \exp[r(T-t)]Y(t)$$

и представляет реальную стоимость долга (debt outstanding). Сильные внесистемные возмущения, типа COVID19, резко ухудшая ожидания инвесторов относительно будущего, могут выразиться в падении текущих цен реальных ресурсов. В этом случае условие сбалансированности рынка денег (39) окажется нарушенным из-за увеличения реальной стоимости денежной массы, поступающей на реальный рынок. Несбалансированность рынка денег, имеющая следующий вид:

$$(40) \quad \varphi(t,T) > [l(t,T) - 1]Y(t) = \exp[r(T-t)] \frac{K \exp[\mu t]}{1 + \exp[\mu t]},$$

восстанавливается, если возрастет ожидаемая ставка доходности, что, соответственно, компенсирует рост реальной стоимости ликвидности.

Интересны различия в поведении индексов реальной стоимости обязательств $v(t,T)$ и реальной стоимости долга $\varphi(t,T)$, которые представлены на рис. 12. Асимптотика этих индексов существенно отличается: если стоимость долга, по мере его погашения, стремится к нулю, то реальная стоимость обязательств тяготеет к предельной величине реальных ресурсов ($K = 4$ в принятых численных расчетах).

Таким образом, динамика ресурсов влияет на сумму общих макроэкономических обязательств, включая полное погашение долга.

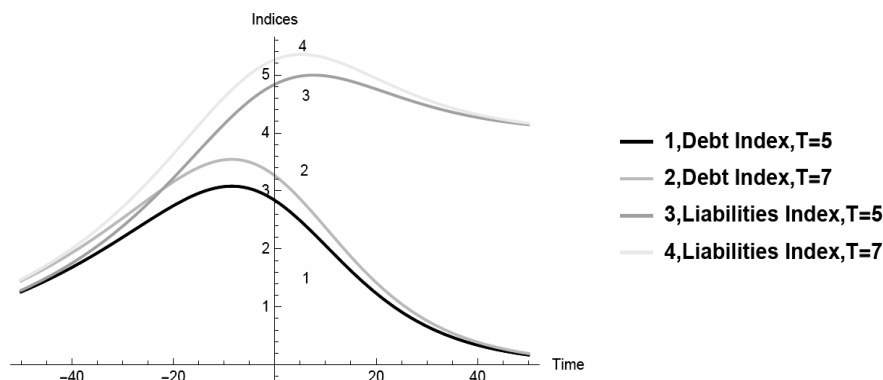


Рис. 12. Индексы реальной стоимости долга и обязательств

6.3. Экзогенная эмиссия денег

Уравнение сбалансированности номинального долга и реальных ресурсов (30) можно переписать для расчета динамики индекса цен. Индекс цен для долга, обеспеченного реальными ресурсами, изменяется согласно формуле:

$$(41) \quad P(t) = \exp[-r(t,T)(T-t)] \frac{F(t,T)(1 + \exp[\mu t])}{K \exp[\mu t]},$$

в которой заданы параметры темпа денежной эмиссии и ставки доходности. Экзогенный характер индекса совокупных цен (41) сводит его экономический смысл к констатации тысячетней мудрости: *res tantum valet quantum vendi potest*. Действительно, и на макроуровне «вещи стоят столько, сколько за них готовы заплатить» агрегаты кредиторов и заемщиков, выступающих инвесторами соответственно на финансовом и реальном рынках. К сожалению, далее подтверждения справедливости утверждения о макрофинансовой когерентности денег и ресурсов продвинуться в квантификации их соотношения не удастся.

Возможным способом разрешения этой неопределенности является моделирование динамики стоимости макродолга $F(t,T) = F_T(t)$, параметрически зависящей от даты погашения T . В такой гипотезе динамика долга может быть представлена неоднородным линейным ОДУ первого порядка

$$(42) \quad dF_T / dt = rF_T(t) - m(t),$$

где экзогенно заданная функция денежной эмиссии

$$(43) \quad m(t) = m_0 \exp[\kappa t],$$

в соответствии с которой осуществляются регулярные платежи в счет погашения долговых обязательств $rF(t)dt$, характеризуется темпом эмиссии κ . Решение ОДУ (42), которое находится по стандартным правилам, дает траекторию стоимости долга, представленную функцией

$$(44) \quad F_T(t) = \left[F_{T,0} - \frac{m_0}{r - \kappa} \right] \exp[rt] + \frac{m_0}{r - \kappa} \exp[\kappa t].$$

Можно полагать, что ОДУ (42) является моделью хорошо известного предложения Милтона Фридмана о проведении монетарной политики с постоянным темпом прироста денежной массы [Friedman, 1969]. Правда, при этом следует иметь в виду, что интеграция этого решения в общую модель, рассматриваемую в статье, может столкнуться с рядом осложнений, поскольку макрофинансовый рычаг – инструмент нелинейного характера [Smirnov, 2023].

6.4. Критические явления, аналогичные резонансу

Численная имитация модели показывает, что траектории поведения макрофинансовой системы, следовательно, соответствующие поверхности индексов, весьма чувствительны к соотношениям параметров системы, т.е. ставкам доходности и темпам эмиссии ликвидности. На рис. 13 приведены сечения поверхности общей стоимости макрофинансовых обязательств, которые характерны для периода погашения $T = 5$ лет и различных соотношений ставки доходности и темпа эмиссии денег.

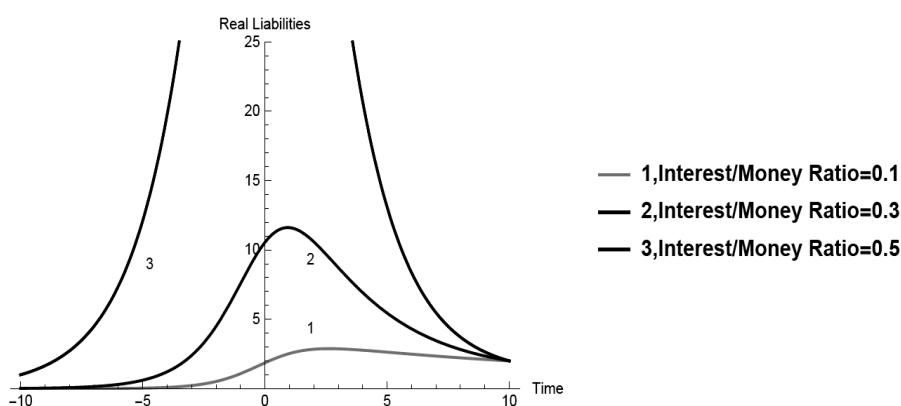


Рис. 13. Аналог макрофинансового резонанса

Так, если отношение ставки доходности к темпу эмиссии денег не превышает 0,1 (кривая 1 на рис. 13), то увеличение объема обязательств во времени невелико, и сомнений в их погашении, как правило, не возникает. Однако их исполнение становится весьма затруднительным, когда отношение r/μ увеличивается существенно, скажем, до 0,3 (кривая 2). Если же отношение ставка доходности/темпа эмиссии становится равным 0,5 (кри-

вая 3), то объем обязательств возрастает многократно и, скорее всего, не может быть исполнен. В нашем примере отношение $r/\mu \cong 0,5$ говорит о том, что система перестает функционировать. Объяснение этому следующее. Как видно из уравнения (22), краткосрочная ставка доходности, которая традиционно трактуется как издержки заемщика, на макроуровне служит мультипликатором величины номинального долга. Поэтому понятно, что быстрая и значительная мультипликация долга при неизменном темпе прироста ликвидности делает невозможным исполнение долговых обязательств в полном объеме.

Напомним, что сечение поверхностей индексов, представленное на рис. 13, характеризует сбалансированную макрофинансовую систему, в которую как бы «встроена» возможность краха, допустимого при определенных сочетаниях ставки доходности и темпа прироста ликвидности. Таким образом, слежение за величиной отношения r/μ и согласование темпов эмиссии ликвидности и величины ставки доходности имеют большое значение для управления динамикой макрофинансовой системы. Обратное, если эмиссия ликвидности *ex nihilo* практически отсутствует, либо ставки доходности преодолевают некий критический порог, то в детерминированной модели макрофинансовой системы обязательно наступает ситуация неисполнения имеющихся экономических обязательств (системный крах).

В разделе 2.4 рассматривалась реальная ситуация, когда существенное превышение объема обязательств над стоимостью портфеля активов заставила центральный банк обратиться к технологии «отложенного актива». Анализ модели показывает, что если стоимость активов изменяется независимо от объема обязательств, то их рассогласование может произойти весьма быстро и иметь катастрофические последствия. Кстати, в полной мере эти обстоятельства модель не учитывает в силу предпосылки о невозможности банкротства системы¹⁸.

6.5. Краткосрочные шоки рынка денег

В краткосрочном периоде номинал долга, подлежащего погашению на дату T , и объем ресурсов, производимых на момент t , в модели предполагаются заданными. Между тем экзогенные шоки на рынке денег могут иметь не только будущие долгосрочные, но и краткосрочные неравновесия реального и финансового рынков, устранение которых возможно средствами монетарной политики. В соответствии с блок-схемой, представленной на рис. 14, рассмотрим воздействие краткосрочных шоков на объемы ликвидности, обращающейся на финансовом и реальном сегментах рынка денег.

¹⁸ Дополнительно отметим, что на рис. 13 зафиксирована ситуация, весьма напоминающая хорошо изученные явления негативного резонанса, порождающего катастрофы в технических системах. Правда, резонанс возникает в системах, следующих линейным дифференциальным уравнениям второго порядка, тогда как одним из блоков предлагаемой модели является нелинейное ОДУ первого порядка. Кроме того, как известно, крах платежей в экономике наступает отнюдь не при «бесконечных» значениях стоимости обязательств.

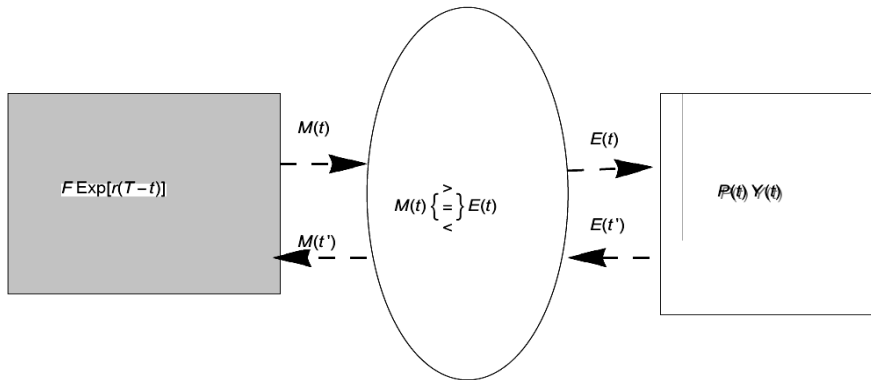


Рис. 14. Финансовый и реальный сегменты рынка денег

Предположим, например, что совокупный инвестор оценивает финансовые операции как более рискованные, например, из-за ухудшения общей социально-политической обстановки. Вследствие этого ожидаемая ставка доходности возрастает, что обозначено символом $r \uparrow$ в последовательности логических импликаций (условий «если, то», \Rightarrow), соответствующих изменениям состояний макрофинансовой системы:

$$(45) \quad r \uparrow \Rightarrow_1 Fe^{-r'} = M' \Rightarrow_2 M' < E \Rightarrow_3 P \downarrow, M \uparrow \Rightarrow_4 M'' = E' = P'Y \Rightarrow_5 \Rightarrow_6 E' > M' \Rightarrow_6 r \downarrow, F \uparrow \Rightarrow_7 E' = M'' = Fe^{r''}$$

Прокомментируем последовательность (45) экономически (штрихи в этой формуле соответствуют новым состояниям). Так, импликация 1 говорит о том, что на финансовом сегменте рынка денег устанавливается новое значение денежной массы, которое, для возросшего параметра доходности, оказывается ниже совокупных ожидаемых доходов продавцов ресурсов (ожидаемый номинал долга неизменен). Это неравновесие (импликация 3) вызывает тенденции понижения цен, которым может противодействовать «мягкая» монетарная политика, увеличивающая денежную массу. Таким образом, неликвидность реального рынка преодолевается посредством обращения к механизму «отложенного» актива, изложенному в разделе 2 статьи и представленному табл. 12.

Таблица 12.

Отрицательный капитал

Активы	Пассивы
Платежеспособный спрос, M'	Ожидаемые доходы, E
	Отрицательный капитал, $-(E - M')$
Итого, M'	Итого, M'

В данном сценарии монетарная политика увеличивает денежную массу и можно полагать, что рынок денег уравнивается на уровне ожидаемых доходов продавцов ресурсов, как показано в табл. 13.

Таблица 13.

Положительный «отложенный актив»

Активы	Пассивы
Платежеспособный спрос, M'	Ожидаемые доходы, E
«Отложенный актив», $E - M'$	
Итого, E	Итого, E

Подобная монетарная политика, естественно, завышает номинальные доходы продавцов ресурсов и прекращается, когда падение цен остановлено. Восстановленное равновесие реального сегмента рынка денег показано импликацией 4. Соответственно, когда средства, заработанные агрегированными продавцами ресурсов, «перетекают» с реального на финансовый сегмент рынка, то объем ликвидности на последнем становится избыточным (импликация 5). Неравновесие на финансовом сегменте влечет либо понижение ставки доходности, либо расширение номинальной суммы долговых обязательств (импликация 6), а восстановление равновесия на финансовом сегменте рынка денег показано импликацией 7.

В целом, преодоление первоначального дефицита ликвидности на реальном сегменте рынка денег логически влечет за собой появление избыточной ликвидности на его финансовом сегменте. При этом «переток» денежных средств между сегментами происходит при использовании механизма «отложенного» актива. Асимметричная последовательность состояний макрофинансовой системы демонстрируется формулой (46), которая конкретизирует изменения состояний, порождаемые снижением рискованности рынка и ставки доходности:

$$(46) \quad r \downarrow \Rightarrow_1 F e^{-r'} = M' \Rightarrow_2 M' > E \Rightarrow_3 M \downarrow, P \uparrow \Rightarrow_4 M = E = PY \Rightarrow_5 \\ \Rightarrow_5 E < M' \Rightarrow_6 r \uparrow, F \downarrow \Rightarrow_7 E = M'' = F e^{r'}$$

Формула (46) предполагает неравенства $r' < r$ и $M'' < M'$. Избыточная ликвидность реального рынка, вызывающая рост цен, преодолевается «жесткой» монетарной политикой, изымающей с рынка избыток денег (импликация 3). Неликвидность наблюдается на второй фазе изменений, происходящих на финансовом сегменте рынка денег, где доходы продавцов ресурсов оказываются ниже денежной массы, полученной заемщиками финансовых средств (импликация 5). Эта неликвидность устраняется обращением к механизму «отложенного» актива, показанному на табл. 14 и 15.

Таблица 14.

Финансовый сегмент рынка денег

Активы	Пассивы
Платежеспособный спрос, E	Ожидаемые доходы, M'
	Отрицательный баланс, $-(M' - E)$
Итого, M'	Итого, M'

Таблица 15.

Реальный сегмент рынка денег

Активы	Пассивы
Платежеспособный спрос, E	Ожидаемые доходы, M'
«Отложенный актив», $M' - E$	
Итого, M'	Итого, M'

Проведенный анализ влияния краткосрочных шоков позволяет исследовать причины парадоксальной неликвидности многих современных финансовых рынков, которая, казалось бы, не должна иметь место, учитывая гигантские объемы денег, эмитированных центральными банками ведущих экономик мира.

6.6. Парадоксальная «неликвидность» мировых финансовых рынков

После мирового финансового кризиса 2007–2008 гг. крупнейшие центральные банки эмитировали беспрецедентные объемы ликвидности [Mai et al., 2023], что показано на рис. 15. Тем не менее финансовые рынки, казалось бы, переполненные ликвидностью, периодически лихорадит из-за ее нехватки, что порождает не только потери и банкротства, но и сомнения в устойчивости всей финансовой системы. Гигантские масштабы, сложность и недостаточная изученность финансовой системы подтверждают справедливость наблюдения автора известных афоризмов Станислава Ежи Леца о том, что «в действительности все происходит не так, как на самом деле».

Сложность финансовой системы во многом объясняется тем, что в ней обращаются, помимо исходных активов, огромные объемы производных инструментов, преимущественно краткосрочных обязательств. Информация о сделках с ними, согласно правилам отчетности, не отражается в полной мере на балансах участников рынка. Так, по данным Базельского банка [Borio, 2022], объем обязательств по валютным свопам и фьючерсам в 2022 г. достиг 97 трлн долл., что сопоставимо с мировым ВВП за 2021 г. (97 трлн долл.). Подавляющая часть этих обязательств – примерно 85 трлн – деноминирована в долларах и носит международный характер, тогда как сумма долларовых краткосрочных казначей-

ских обязательств (T-bills), операций обратного репо (RRP) и коммерческих векселей намного меньше этой величины. Не трудно понять, поэтому, что малейшая асинхронность текущих платежей немедленно вызывает нехватку долларов (the dollar liquidity squeeze), поскольку такие сделки финансируются, как правило, посредством обращения (rollover) краткосрочных обязательств.

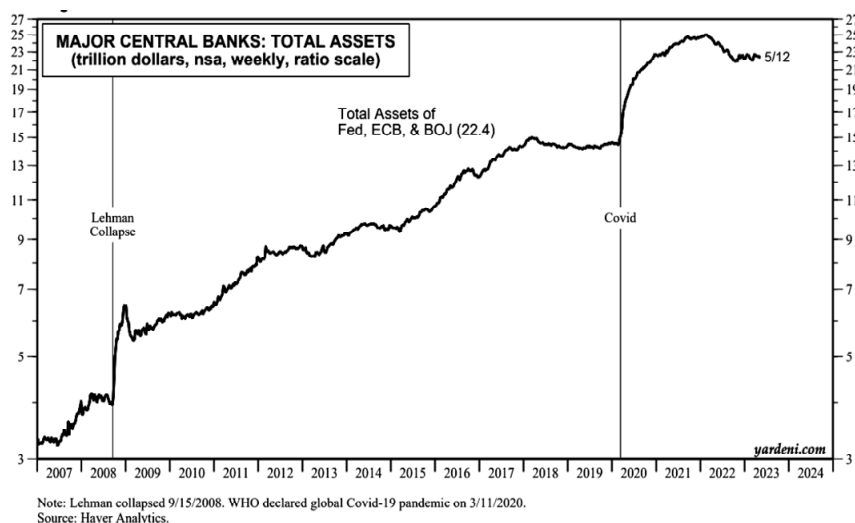


Рис. 15. Рост стоимости активов крупнейших банков мира

Источник: Yardeni Research.

Сказанное означает, что мировая финансовая система порождает увеличение обязательств в объемах, превышающих приращение стоимости активов. В модели этот процесс отражается величиной глобального финансового рычага, эмпирическое значение которого на 2019 г. составило $l_E = 1 + \exp[r\tau] = 3,8$. Иначе, увеличение капитала на единицу сопровождается почти четырехкратным ростом финансовых обязательств, причем их значительная часть должна быть исполнена практически мгновенно. Таким образом, информационная структура долга, имеющего, скажем, пятилетний срок погашения, диктует поведение макрофинансовой системы на текущий момент, которое сопровождается краткосрочными шоками, неизбежными в силу гигантских масштабов финансовых операций.

7. Вместо заключения

В основе компактной интегрированной модели денег, долга и богатства, предложенной в статье, лежат идеи ортогональности долга и богатства, обещаний (promises) и реальных ресурсов, а также когерентности и имманентной сбалансированности номинальных обязательств и активов. Численная имитация этих процессов показала, что определенные сочетания значений ставки доходности и темпа эмиссии денег могут привести к критическому состоянию даже сбалансированную систему. Парадоксальная не-

возможность исполнения финансовых обязательств в условиях огромной эмиссии денег говорит о том, что абсолютная величина денежного агрегата, сама по себе, не является панацеей от неликвидности финансовой системы. Для любого участника рынка такая информация имеет нетривиальное значение.

Анализ актуальных макрофинансовых проблем с помощью даже простой модели, отражающей различные свойства денег, говорит о ее полезности, а упрощение рыночных реалий оправдано возможностью факторизации поведения макрофинансовой системы. Известно, что любая хозяйственная система производит и потребляет, но только рыночная экономика функционирует при помощи денег и благодаря деньгам, конверсия которых в разнообразные финансовые инструменты мультиплицирует общественное богатство. Вместе с тем воспроизведение реального богатства возможно только благодаря трансформации денег в производительный капитал. Для состояний системы, соответствующих полному исполнению макрофинансовых обязательств, предложенная модель это утверждение формализует простыми аналитическими средствами.

Простота модели, вообще говоря, предопределяет и ее недостатки. Но в какой мере? Где пролегает граница между простотой и сложностью? Приведем лишь один пример. Умножение двух простых чисел, скажем, 163 и 149, является несложной операцией. Однако, обратная к ней – факторизация числа 24 287 (prime factorization), если отсутствует дополнительная информация, весьма непроста. С 1991 г. до настоящего времени факторизованы числа не более чем разрядности RSA-433, т.е. имеющие 433 десятичных разряда, а решение задачи prime factorization является одним из существенных мотивов создания квантовых компьютеров. Из сказанного следует, что сложность и простота не противоречат, а, скорее, дополняют друг друга.

Так, предложенная модель может быть сформулирована в терминах уменьшения размерности (числа атрибутов) выборки из большой совокупности исходных данных. Этот подход широко применяется в статистике и исследовании нейросетей. Согласно одному из методов решения этой задачи, а именно, главных компонент (Principal Components Analysis, PCA), уменьшение размерности, сохраняющее, по возможности, вариативность системы, достигается исчислением собственных значений и формированием ортонормированного базиса. Существенно, однако, то, что поведение системы в базисе меньшей размерности требует обязательного объяснения на языке содержательных представлений о природе изучаемого процесса.

Многовековая практика финансов использует, как известно, язык денег. На этом языке, например, банковские амбиции корпорации Apple, отмеченные в начале статьи, были охарактеризованы руководителем крупнейшего американского банка JP Morgan Chase однозначно: «если [компания] переводит деньги, владеет деньгами, управляет деньгами и дает займы деньги, то эта компания – обязательно банк» [FT, April 21, 2023]. Предложенная модель, при всей своей простоте, объясняет поведение макрофинансовой системы на языке денег, органически ей присущей. Это, на наш взгляд, предопределяет возможности ее содержательного развития в дальнейшем.

* *
*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Банк России*. Концепция цифрового рубля. 2021. (<https://www.cbr.ru>)
- Bank for International Settlements (BIS) Annual Report. Part II. Basel, 2020. (<https://www.bis.org>)
- Bernanke B.* The Macroeconomics of the Great Depression: A Comparative Approach // *Journal of Money, Credit, and Banking*. 1995. Vol. 27. № 1. February. P. 1–28.
- Bofinger P., Haas T.* The Digital Euro (CBDC) As a Monetary Anchor of the Financial System // *SUERF Policy Note*. 2023. Iss. 309. April. (<https://www.suerf.org/policynotes>)
- Bolder D.* Affine Term-Structure Models: Theory and Implementation: Working Paper 2001-15, Bank of Canada, 2001. (<https://www.bankofcanada.ca>)
- Borio C.* On Money, Debt, Trust and Central Banking: A Keynote Speech at Cato Institute, 2018. (<https://www.bis.org>)
- Borio C., McCauley R., McGuire P.* Dollar Debt in FX Swaps and Forwards: Huge, Missing and Growing // *BIS Quarterly Review*. 2022. December.
- Brunnermeier M.* Financial Dominance. Rome, 2016. (<https://www.bancaitalia.it/lezioni-baffi>pblecture-12>)
- Chern I-Liang.* Mathematical Modelling and Ordinary Differential Equations. National Taiwan University, 2016. (<https://www.math.ntu.edu.tw/~chern>)
- Credit Suisse. Global Wealth Report. Research Institute, 2020. (<https://www.credit-suisse.com>reports-research>)
- Desjardins J.* All the World Money and Markets in One Visualization. 2020. (www.visualcapitalist.com)
- DeLong B.* Slouching Towards Utopia: An Economic History of the Twentieth Century. New York: Basic Books, 2022.
- FedGuy-Personal Views of a Former Fed Trader. 2022. (<https://fedguy.com>)
- Forever Is a Long Time to Finance Anyone // *Financial Times*. 2022. November 19.
- Friedman M.* The Optimum Quantity of Money and Other Essays. London: Macmillan, 1969.
- Galbraith J.K.* Money: Whence It Came, Where It Went. Boston: Houghton Mifflin, 1975.
- Hayek F.* The Road to Serfdom. Routledge: Abingdon, 1944.
- Hogan T.* The Fed Is Bankrupt // *AIER*. 2023. April 14. (<https://www.aier.org/people/thomas-l-hogan>)
- Humphrey T.* The Real Bills Doctrine // *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Review*. 1982. September/October. (<https://core.ac.uk/download/pdf/6917306.pdf>)
- Institute of International Finance (IIF).* Global Debt Monitor: Cracks in the Foundation. 2023. May 17. (<https://www.iif.com>Product>Global-debt-Monitor>)
- Kay J.* Other People's Money: Masters of the Universe or Servants of the People? London: Public Affairs, 2015.
- Mader Ph., Mertens D., van der Zwan N.* (Eds.) The Routledge International Handbook of Financialization. Routledge: Abingdon, 2020.
- Mai Chi Dao, Disioli A., Jackson C., Gourinchas P-O., Leigh D.* Unconventional Fiscal Policy in Times of High Inflation. ECB Forum on Central Banking. 2023. June 26–28. (<https://www.ecb.europa.eu>hub>conferences>html>)
- Mitchell-Innes A.* What Is Money? // *The Banking Law Journal*. 1913. May. (<https://modernmoneynetwork.org>files>biblio>)
- Mill J.S.* Principles of Political Economy. Book III. Exchange. Ch. IV. Of Money. 1878. P. 341, [III;IV 3]. (<https://www.gutenberg.org>files>30107-pdf>)
- McLeay M., Radia A., Thomas R.* Money in the Modern Economy: An Introduction // *Bank of England, Quarterly Bulletin*, Q1. 2014.

- Nakamoto S.* Bitcoin: a Peer-to-Peer Electronic Cash System. 2007. ([https://bitcoin.org>bitcoin](https://bitcoin.org/bitcoin))
- Shone R.* Economic Dynamics, Phase Diagrams and their Economic Applications. Second ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- Smirnov A.D.* Stochastic Logistic Model of the Global Financial Leverage // The B.E. Journal of Theoretical Economics. 2018. 18. Iss. 1. January. DOI: <https://doi.org/10.1515/bejte-2016-0009>
- Smirnov A.D.* Sigmoidal Dynamics of Macrofinancial Leverage // Quantitative Finance and Economics. 2023. 7(1). P. 147–164. DOI: 103934/QFE.2023008
- Stiglitz J.* Report // Financial Time. 2010. April 16.
- Tobin J.* Commercial Banks As Creators of “Money”: Cowles Foundation Discussion Paper. № 159. 1963. (<http://cowles.yale.edu/sites/default/files/files/pub/d01/d0159.pdf>)
- Tsoularis R.* Analysis of Logistic Growth Models // Res. Lett. Inf. Math. Sci. 2001. 2. P. 23–46. (<https://www.massey.ac.nz/wwiims/~rlims>)
- United Nations Conference on Trade and Development (UNCTAD)* A World of Debt: A Growing Burden to Global Prosperity. 2023. ([https://unctad.org>world-of-debt](https://unctad.org/world-of-debt))
- Warne C.* Aristotle’s *Nicomachean Ethics*: Reader’s Guide. London: Continuum, 2007.
- Will Apple Take a Bite of the Banks? // Financial Times. 2023. April 21.

Macrofinance: The Sigmoidal Dynamics of Money, Debt and Wealth

Alexander Smirnov

National Research University Higher School of Economics,
11, Pokrovsky Boulevard, Moscow, 109028, Russian Federation.
E-mail: adsmir@hse.ru

The compact model of an integrated macro-financial system, proposed in the paper, represents the dynamics of money, debt and wealth. Aristotle had observed the contradictory nature of these economic indicators, which is also evident in the current phase of global financialization, particularly in the use of “deferred” assets accounts by central banks.

In the model, macrofinancial assets, liabilities and real wealth are balanced by considering the dual attributes of money, defined as standard for either “deferred” or current payments. The circulation of liquidity between the financial and real segments of the money market links the accumulation of genuine wealth with the formation of macrodebt, representing the expected but unrealized wealth. The volume of financial contracts is measured in the model by the system’s characteristic time, which determines the repayment dates of obligations. Since the financial subsystem does not produce tangible goods, wealth accumulation occurs in the aggregated real market over calendar time. The dynamics of money, debt and wealth dynamics are modeled using logistic ordinary differential equations, resulting in three-dimensional surfaces representing macrofinancial indices such as total, financial and real wealth, as well as credit and “marginal” wealth calculated under full repayment of obligations.

The model is parametrized using empirical data and illustrated with numerical examples. The system’s behavior is studied based on initial values of real resources, liquidity, rates of return and money issuance, and average liability maturities. The model demonstrates that finance

can indeed multiply social wealth, thereby enhancing the efficiency of money transformation into capital (real resources). Excess liquidity in the financial market can coexist with a deficit in the real segment of the money market, and vice versa. The intersection of surfaces representing general and financial wealth indices corresponds to a state of “money neutrality” characterized by zero growth in real resources. Different combinations of interest rates and money emission ratios can lead to deviations from a balanced trajectory, potentially generating various critical phenomena, including resonance-like effects. The model allows for evaluating some negative consequences of financialization, such as the appearance of a “hump” on the surface of long-term liabilities caused by excessive borrowing.

Key words: financialization of the economy; money; logistic equations; debts and wealth; macrofinancial leverage.

JEL Classification: B41, C65, E42, G10.

* *

*

References

- Bank of Russia (2021) *The Digital Rouble Concept*. Available at: <https://www.cbr.ru> (in Russ.)
- Bank for International Settlements (BIS) (2020) *Annual Report, Part II*. Basel. Available at: <https://www.bis.org>
- Bernanke B. (1995) The Macroeconomics of the Great Depression: A Comparative Approach. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 27, 1, February, pp. 1–28.
- Bofinger P., Haas T. (2023) The Digital Euro(CBDC) As a Monetary Anchor of the Financial System. *SUERF Policy Note*, Iss. 309, April. Available at: <https://www.suerf.org/policynotes>
- Bolder D. (2001) *Affine Term-Structure Models: Theory and Implementation*. Working Paper 2001-15, Bank of Canada. Available at: <https://www.bankofcanada.ca>
- Borio C. (2018) *On Money, Debt, Trust and Central Banking*. A Keynote Speech at Cato Institute. Available at: <https://www.bis.org>
- Borio C., McCauley R., McGuire P. (2022) Dollar Debt in FX Swaps and Forwards: Huge, Missing and Growing. *BIS Quarterly Review*, December.
- Brunnermeier M. (2016) *Financial Dominance*. Rome. Available at: <https://www.bancaitalia.it/lezioni-baffi/pblecture-12>
- Chern I-Liang (2016) *Mathematical Modelling and Ordinary Differential Equations*. National Taiwan University. Available at: <https://www.math.ntu.edu.tw/~chern>
- Credit Suisse, Research Institute (2020). *Global Wealth Report*. Available at: <https://www.credit-suisse.com/reports-research>
- Desjardins J. (2020) *All the World Money and Markets in One Visualization*. Available at: www.visualcapitalist.com
- DeLong B. (2022) *Slouching Towards Utopia: An Economic History of the Twentieth Century*. New York: Basic Books.
- FedGuy-Personal Views of a Former Fed Trader* (2022). Available at: <https://fedguy.com>
- Financial Times* (2022) Forever Is a Long Time to Finance Anyone. November 19.

- Financial Times* (2023) Will Apple Take a Bite of the Banks? April 21.
- Friedman M. (1969) *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*. London: Macmillan.
- Galbraith J.K. (1975) *Money: Whence It Came, Where It Went*. Boston: Houghton Mufflin.
- Hayek F. (1944) *The Road to Serfdom*. Routledge: Abingdon.
- Hogan T. (2023) The Fed Is Bankrupt. *AIER*, April 14. Available at: <https://www.aier.org/people/thomas-l-hogan>
- Humphrey T. (1982) The Real Bills Doctrine. *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Review*, September/October. Available at: <https://core.ac.uk/download/pdf/6917306.pdf>
- Institute of International Finance (IIF) (2023) *Global Debt Monitor: Cracks in the Foundation*, May 17. Available at: <https://www.iif.com>Product>Global-debt-Monitor>
- Kay J. (2015) *Other People's Money: Masters of the Universe or Servants of the People?* London: Public Affairs.
- Mader Ph., Mertens D., van der Zwan N. (Eds.) (2020) *The Routledge International Handbook of Financialization*. Routledge: Abingdon.
- Mai Chi Dao, Disioli A., Jackson C., Gourinchas P-O., Leigh D. (2023) Unconventional Fiscal Policy in Times of High Inflation. *ECB Forum on Central Banking*, June 26–28. Available at: <https://www.ecb.europa.eu>hub>conferences>html>
- Mitchell-Innes A. (1913) What Is Money? *The Banking Law Journal*, May. Available at: <https://modernmoneynetwork.org>files>biblio>
- Mill J.S. (1878) *Principles of Political Economy*, Book III, Exchange, Ch. IV, Of Money, pp. 341, [III;IV 3]. Available at: <https://www.gutenberg.org>files>30107-pdf>
- McLeay M., Radia A., Thomas R. (2014) Money in the Modern Economy: An Introduction. Bank of England, *Quarterly Bulletin*, Q1.
- Nakamoto S. (2007) *Bitcoin: a Peer-to-Peer Electronic Cash System*. Available at: <https://bitcoin.org>bitcoin>
- Shone R. (2005) *Economic Dynamics, Phase Diagrams and their Economic Applications*. Second ed. Cambridge: Cambridge University Press.
- Smirnov A.D. (2018) Stochastic Logistic Model of the Global Financial Leverage. *The B.E. Journal of Theoretical Economics*, 18, Iss. 1, January. DOI: <https://doi.org/10.1515/bejte-2016-0009>
- Smirnov A.D. (2023) Sigmoidal Dynamics of Macrofinancial Leverage. *Quantitative Finance and Economics*, 7(1), pp. 147–164. DOI: 103934/QFE.2023008
- Stiglitz J. (2010) Report. *Financial Time*, April 16.
- Tobin J. (1963) *Commercial Banks As Creators of "Money"*. Cowles Foundation Discussion Paper, no 159. Available at: <http://cowles.yale.edu/sites/default/files/files/pub/d01/d0159.pdf>
- Tsoularis R. (2001) Analysis of Logistic Growth Models. *Res. Lett. Inf. Math. Sci.*, 2, pp. 23–46. Available at: <https://www.massey.ac.nz/wwiims/~rlims>
- United Nations Conference on Trade and Development (UNCTAD) (2023) *A World of Debt: A Growing Burden to Global Prosperity*. Available at: <https://unctad.org>world-of-debt>
- Warne C. (2007) *Aristotle's Nikomachean Ethics: Reader's Guide*. London: Continuum.